



UNIVERSIDAD ABIERTA Y A
DISTANCIA DE MÉXICO

COORDINACIÓN
ACADÉMICA
Y DE INVESTIGACIÓN

DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS,
INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN ENSEÑANZA
DE LAS MATEMÁTICAS

PROYECTO TERMINAL

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA EN MATEMÁTICAS:
CONSTRUCCIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS
INNOVADORES

SANTIAGO TOLEDO JIMÉNEZ



Directorio	Créditos
<p>Rectora Mtra. Lilian Kravzov Appel</p>	<p>Autor del proyecto terminal Santiago Toledo Jiménez</p>
<p>Coordinación Académica y de Investigación Mtra. María Teresa Greta Trangay Vázquez</p>	<p>Docente asesor del proyecto terminal Mtra. Santa Elena Téllez Flores</p>
<p>Dirección de Ciencias Exactas, Ingeniería y Tecnología Mtra. Dolores Alejandra Vasquez Carbajal</p>	<p>Asesor externo Dra. Irasema Olguín Jácome</p>
<p>Responsable del Programa educativo en Enseñanza de las matemáticas Lic. Verónica Janet Mendoza Pérez</p>	
<p>Asesor metodológico del Programa educativo en Enseñanza de las matemáticas Ped. Aldo Adrián López López</p>	



IMPORTANTE

Excepto donde el contenido así lo especifique, esta obra está bajo una Licencia de Creative Commons

Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional



Material desarrollado con fines académicos por estudiantes del octavo semestre de la Licenciatura en Enseñanza de matemáticas, perteneciente a la División de Ciencias Exactas, Ingeniería y Tecnología de la Universidad Abierta y a Distancia de México (UnADM) Ciudad de México, Noviembre de 2019.



Agradecimientos

El proyecto terminal realizado con la finalidad de lograr la titulación en la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad abierta y a distancia de México no hubiera sido posible sin el apoyo de la directora general del Colegio Regional México Americano, la ciudadana Bety Jácome. Así mismo, reconozco el apoyo de la directora del nivel de secundaria, la Dra. Irasema Olgúin Jácome, que también fungió como Asesor Externo del proyecto terminal.

A mi docente en línea, la Mtra. Santa Elena Téllez Flores, le dedico estas sencillas palabras: maestra como usted no existen muchas, es un gran ejemplo que seguir, y me ha demostrado lo que significa ser un docente, la paciencia y la dedicación al revisar nuestros proyectos, hoy rinden sus frutos. Gracias, maestra.

A mis padres y hermanas, que ocupan siempre un lugar importante en mi vida, les agradezco su preocupación y motivación para seguir con este logro académico que hoy culmina.

A todos los que tuvieron que ver directa o indirectamente en la realización del proyecto terminal y del proceso de formación en los cuatro años de la licenciatura, viviré eternamente agradecido con ustedes.



Resumen

El objetivo principal de este proyecto terminal es comprobar la metodología de resolución de problemas y de las representaciones semióticas de las matemáticas en el nivel de secundaria, a partir del acercamiento de la construcción de material didáctico del tipo manipulativo que genere un ambiente de motivación y propicie el suficiente interés, para que los estudiantes desarrollen habilidades propias de la competencia de resolución de problemas de manera autónoma, como la habilidad de calcular, medir y argumentar resultados; logrando avanzar en el temario de estudio de primero de secundaria. El enfoque metodológico de investigación es mixto con estatus dominante en lo cualitativo, tiene un diseño de investigación confirmatoria con un alcance secuencial/explicativo. Participaron 14 estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano. Los instrumentos de recogida de datos diseñados son la evaluación diagnóstica, la entrevista, la guía de observación y la evaluación de seguimiento. Se realizó un análisis de estadístico descriptivo para los datos cuantitativos. El tipo de evaluación está enmarcado en el constructivismo a partir de los niveles de desempeño de las competencias. La investigación permite concluir que al aplicar estrategias didácticas de matemáticas enmarcadas en el enfoque de resolución de problemas y la utilización del material didáctico manipulativo se desarrollan habilidades matemáticas pertenecientes a la competencia de la resolución de problemas de forma autónoma, como la de calcular y argumentar resultados.



Lista de figuras, tablas y gráficos

Figuras

Figura 1. Proceso para aplicar la metodología..... 26

Figura 2. Habilidades matemáticas en secundaria..... 27

Figura 3. Cronograma de actividades del Proyecto Terminal..... 28

Figura 4. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje diseñada para el Proyecto Terminal..... 30

Figura 5. Algunas pruebas escritas resueltas por estudiantes de primero de secundaria..... 32

Figura 6. a) Representación de la mitad de un número cualquiera. b) Representación del triple de un número cualquiera. c) Representación de un número cualquier aumentado en 10. d) El producto de dos números cualquiera. e) El cociente entre un número cualquiera y su mitad..... 33

Figura 7. Desarrollo de la estrategia de aprendizaje “Memorama algebraico”..... 34

Figura 8. Resolución de problemas..... 35

Figura 9. Conclusiones acerca del procedimiento de solución de los problemas planteados..... 36

Figura 10. Problemas creados por los estudiantes..... 36

Figura 11. Algunas pruebas resueltas por estudiantes de primero de secundaria..... 37

Figura 12. Estudiantes durante la actividad del “Memorama algebraico”..... 38

Figura 13. a) Un estudiante trataba de representar la ecuación $2x + 3x = 100$. b) Una alumna representaba la ecuación $2x + 28 = 82$ 39

Figura 14. Proceso algebraico de un estudiante..... 39

Figura 15. Desarrollo de la actividad lotería algebraica durante la sesión 6..... 40

Tablas

Tabla 1. Recursos financieros del proyecto..... 13

Tabla 2. Movilidad en los niveles de desempeño académico de los estudiantes..... 42



Gráficos

Gráfica 1. Porcentaje de aprobados y no aprobados de la evaluación diagnóstica aplicada en la Etapa 1 del Proyecto Terminal..... 10

Gráfica 2. Comparación de los niveles de desempeño académico logrados por los estudiantes en la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento..... 41

Gráfica 3. Movilidad en los niveles de desempeño académico expresado en porcentaje..... 42

ÍNDICE

Introducción..... 7

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... 9

1.1. Objetivos..... 11

1.2. Supuesto inicial del Proyecto Terminal 11

1.3. Justificación 12

1.4. Recursos para el Proyecto Terminal 13

2. ENFOQUES Y MÉTODOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA..... 15

2.1. Antecedentes de proyectos similares..... 15

2.2. Fundamentos teóricos del Proyecto Terminal 17

2.3. Aspectos metodológicos del Proyecto Terminal..... 22

2.4. Cronograma del Proyecto Terminal 28

3. DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA..... 30

3.1. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje 30

3.2. Desarrollo de la propuesta..... 31

4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES 41

4.1. Resultados generales 41



INFORME FINAL | PROYECTO TERMINAL

4.2. Conclusiones	43
Referencias bibliográficas	45
Anexos	49



Introducción

Los procesos de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de matemáticas están enfocados en el desarrollo de habilidades matemáticas. Uno de los enfoques más utilizados es el de Resolución de problemas, dicho enfoque prepara al estudiante con la metodología requerida en la justificación de argumentos orales y escritos, que le permitan validar resultados generados de la solución de un problema dado. Para que esto sea posible, el docente también necesita desarrollar o bien adaptar las estrategias de enseñanza, construyendo materiales didácticos que permitan crear un puente entre dichas estrategias y las habilidades matemáticas que desarrollarán los estudiantes.

Pero, ¿cómo lograr identificar el tipo de estrategia de enseñanza con las habilidades a desarrollar del estudiante? Una manera es incentivar al docente en la búsqueda y entendimiento de las diferentes estrategias de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tomando en cuenta las características y niveles de desempeño académico de sus estudiantes. Aunque no es una tarea sencilla, existe una mayor posibilidad de éxito al aplicar estrategias a medida, que intentar adaptar al estudiante a las existentes.

El proyecto: **“Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”**, asignado al primer grado del nivel de secundaria del Colegio Regional México Americano, correspondiente a un contexto urbano, tiene sus fundamentos en la aplicación de diversos medios para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en el aula. En este sentido, los materiales didácticos que nos interesan son los que permitan a los estudiantes transitar por distintas representaciones matemáticas, a través del enfoque de Resolución de problemas con algunas adaptaciones propuestas en las actividades didácticas en el aula. Todo con la finalidad de generar conocimientos matemáticos y desarrollar habilidades matemáticas, como las habilidades de cálculo, inferencia, generalización o comunicación de resultados como lo indican los objetivos del currículo de la SEP (SEP, 2001).

Concretamente el proyecto propone:

- El desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes, como la de resolución de problemas, la generalización matemática, el cálculo mental, entre otras.



- La creación y utilización de material didáctico del tipo manipulable para generar ambientes favorables en que los estudiantes logren desarrollar habilidades matemáticas.
- La recuperación de la metodología de Resolución de problemas (Polya, 1989) y la de representaciones semióticas (Duval, 2006) para crear un único proceso en el que el estudiante genere estrategias propias para resolver diversos problemas usando ecuaciones de primer grado en el área de Álgebra y Geometría, permitiéndole desarrollar habilidades matemáticas.

La implementación de la propuesta didáctica se realizó durante la Etapa 3 (Anexo 3) del proyecto terminal, en donde se aplicaron algunas estrategias de enseñanza-aprendizaje para favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas, enfrentando a los estudiantes a diversas situaciones, cuyos problemas tienen que ver con el uso del lenguaje algebraico, la transición del lenguaje común a una representación algebraica de ecuaciones de primer grado, y al conflicto interno del estudiante al enfrentarse a la resolución de un problema matemático utilizando sus propios medios y recursos.



1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Este proyecto parte de la idea de que todos los estudiantes pueden construir conocimientos matemáticos, a través de materiales didácticos adecuados que permitan mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes. Para ello, se consideran sus necesidades y procesos de conceptualización. Durante el desarrollo del proyecto se realizarán actividades para identificar las necesidades educativas de los estudiantes en el área de matemáticas, esto incluye el diseño de material didáctico específico, su aplicación, y la evaluación de los alcances de este.

Uno de los problemas que se ha identificado en los estudiantes del primer grado de Secundaria, son las dificultades para resolver problemas matemáticos del nivel educativo en cuestión. Ya que, durante el proceso de solución los estudiantes cometen errores aritméticos, además de presentar conflictos al realizar despejes en Álgebra aplicados a problemas de Geometría. Un ejemplo que muestra las problemáticas antes mencionadas, son la obtención de las medidas faltantes de un cilindro dado el volumen y su altura, el proceso de solución implica retomar la fórmula para calcular el volumen de un cilindro, y despejar el radio (Anexo 1). A partir de dicho planteamiento la mayoría de los estudiantes presentaban dificultades para entender el problema, explicarlo, proponer alguna estrategia de solución, aplicarla, y llegar al resultado.

Lo antes mencionado refleja niveles de aprovechamiento polarizados, una minoría que logra resolver los problemas aplicando una metodología tradicional con representaciones semióticas específicas de las matemáticas (fórmulas matemáticas), en contraste con una mayoría que no logra comprender el problema, y por lo tanto no concibe una estrategia de solución.

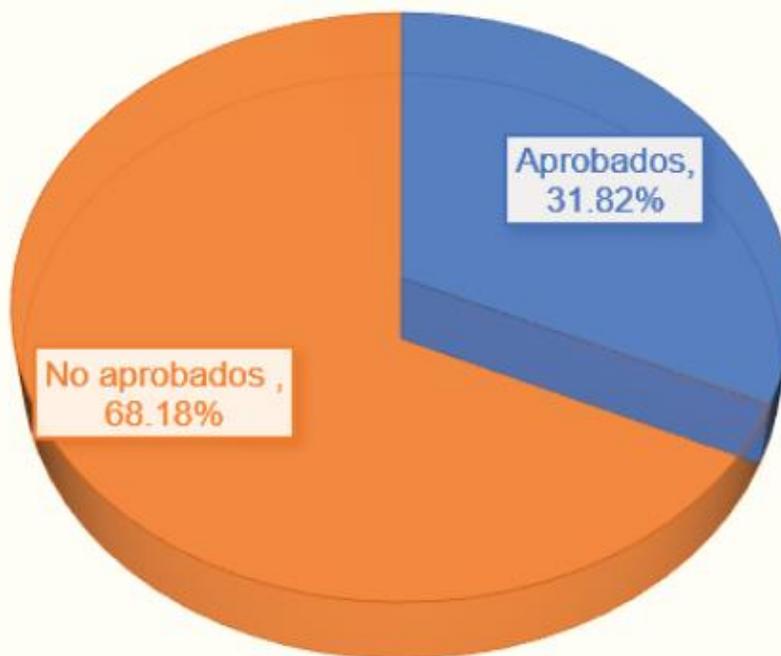
Una vez que se ha identificado el problema a resolver dentro de la institución, en este caso, la polarización de las habilidades matemáticas para resolver problemas específicos al primer grado de Secundaria, se realizó una evaluación diagnóstica (Anexo 2) a 22 estudiantes con los contenidos:

- Representación de números decimales a números fraccionarios.
- Representación de números fraccionarios a decimales.
- Resolución de problemas que implican operaciones con fracciones.
- Ejercicios de división exactas.



Obteniendo los siguientes resultados:

RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA



Gráfica 1. Porcentaje de aprobados y no aprobados de la evaluación diagnóstica aplicada en la Etapa 1 del Proyecto Terminal.

Fuente: Los resultados de la evaluación diagnóstica aplicada a estudiantes de primer grado de secundaria en la Etapa 1 del Proyecto Terminal.

En ese mismo sentido, los estudiantes cometieron errores muy comunes al realizar la evaluación, por ejemplo:

- Poca o nula comprensión al pasar de una representación de números en decimales a fraccionarios y viceversa.
- Errores al realizar el proceso convencional de la resta de fracciones.
- Realizar la resta de fracciones invirtiendo las cantidades.
- Errores de cálculo en las divisiones exactas.

En las preguntas detonadoras que se enlistan a continuación, se pretende iniciar el desarrollo de la propuesta para mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes:

1. ¿Por qué no todos los estudiantes logran resolver los problemas matemáticos?
2. ¿Qué influye para que sólo algunos puedan resolver los problemas matemáticos y otros no?



3. ¿La metodología para la resolución de problemas es aplicada correctamente?
4. ¿Los estudiantes utilizan distintas representaciones semióticas en matemáticas?
5. ¿Existirá alguna otra metodología de enseñanza de las matemáticas que se adapte a las condiciones y necesidades de la institución? Por ejemplo, los métodos gráficos de enseñanza de las matemáticas.
6. El diseño de material didáctico acorde a las necesidades específicas de los estudiantes, ¿representará una diferencia al momento de resolver problemas? ¿Por qué? ¿Cómo sería?

1.1. Objetivos

General

- Mejorar las habilidades matemáticas en Álgebra y Geometría de los estudiantes, a partir del diseño de material didáctico del tipo manipulativo para alcanzar los objetivos del temario de matemáticas de primero de secundaria.

Específicos

- Aplicar el concepto de cambio de registro matemático para resolver problemas de Álgebra y Geometría, a partir de actividades didácticas del tipo experimento didáctico.
- Resolver problemas de razonamiento inductivo para mejorar el entendimiento de conceptos en Álgebra y Geometría, a través del desarrollo de habilidades matemáticas, enmarcado en la aplicación de métodos gráficos para la enseñanza.
- Utilizar herramientas didácticas como materiales didácticos del tipo concreto en las áreas de Álgebra y Geometría, con ayuda de la metodología de resolución de problemas.

1.2. Supuesto inicial del Proyecto Terminal

En este trabajo se espera que la implementación de material didáctico innovador enmarcado en la metodología del enfoque de la resolución de problemas, y las representaciones semióticas en los temas de álgebra y geometría, ayudarán a mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.



1.3. Justificación

La enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica se ha convertido en un gran reto para los docentes de Educación Secundaria y para el Sistema Educativo Nacional (Ávila, 2016). Se ha priorizado el desarrollo de habilidades matemáticas, y reorientado los cambios curriculares de la Educación básica desde principios del siglo XXI (Ávila, 2016).

En este trabajo se pretende aplicar una propuesta didáctica al Colegio Regional México Americano A. C., que se encuentra ubicado en una zona urbana de San Juan Bautista Tuxtepec, Oaxaca. El Colegio implementó a nivel secundaria los llamados “Aprendizajes Clave” para la Educación Integral, enmarcados en el Nuevo Modelo Educativo presentado en el año 2017 (SEP, 2017a).

Las estrategias de enseñanza de la asignatura de Matemáticas se han nutrido de los planes y programas educativos vigentes, a través de la metodología de resolución de problemas. Durante este ciclo escolar 2018-2019 se trabaja con un micro proyecto llamado: “Matemáticas: el lenguaje de la naturaleza”. Donde se enfatizan las aplicaciones matemáticas en la resolución de problemas de la asignatura de Física.

Por lo anterior, los proyectos diseñados dentro del Colegio tienen como objetivo mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes. Y en consecuencia, las necesidades de la escuela en el nivel de Secundaria giran en torno a los siguientes alcances:

- Adquirir habilidades básicas en matemáticas, para consolidar conocimientos de operaciones básicas en Aritmética, Álgebra y Geometría, con la finalidad de resolver problemas en diferentes contextos.
- Homologar el nivel de aprovechamiento de los estudiantes.
- Adecuar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, para estudiantes con habilidades diferentes.



Del análisis de los alcances anteriores, surge la propuesta del presente proyecto: Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores. Dicho proyecto beneficiará a estudiantes de primero de secundaria en la modalidad presencial.

El proyecto tiene un alcance exploratorio, al buscar el momento en que el estudiante desarrolla las habilidades inherentes a la resolución de problemas matemáticos; pero también es de tipo descriptivo, porque se concreta a describir de forma cuantitativa y cualitativa la realidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que se vive en el aula de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

1.4. Recursos para el Proyecto Terminal

Los recursos humanos que intervinieron en la realización del proyecto fueron:

- Estudiantes de primero de Secundaria.
- Docente de Matemáticas.
- Director del Nivel de Secundaria.
- Padres de familia.
- Estudiante de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas.
- Docente en línea de la UnADM.

Los recursos materiales utilizados en la implementación del proyecto fueron:

- Marcador.
- Copias con problemas.
- Impresiones de reportes y exámenes.
- Materiales para construir el manipulable.
- Opalinas.
- Cámara fotográfica.

Los recursos financieros utilizados para realizar el proyecto se explican en la tabla siguiente:

Tabla 1. *Recursos financieros del proyecto.*

En la tabla se muestra la cantidad que se gastó al realizar el proyecto terminal.

Fuente: Recibos de pagos.



Concepto	Cantidad
Traslado a la institución educativa donde se realizó el proyecto terminal	\$2400.00
Impresiones y copias	\$698.50
Material para construir los recursos didácticos	\$452.79
TOTAL	\$3551.29



2. ENFOQUES Y MÉTODOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

2.1. Antecedentes de proyectos similares

El proyecto a realizar: “Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”, tiene sus fundamentos en usar diversos medios para el aprendizaje de las matemáticas, en particular los materiales didácticos que permitan a los estudiantes transitar por distintas representaciones matemáticas, pero también, respetar el enfoque de resolución de problemas, todo con la finalidad de generar conocimientos matemáticos y desarrollar habilidades matemáticas, como las habilidades de cálculo, inferencia, generalización o comunicación de resultados (SEP, 2001).

En este sentido, Modesto Arrieta en su artículo “Medios materiales en la enseñanza de la matemática”, establece el uso de material didáctico puntual para trabajar en el aula y lograr aprendizajes significativos, desde el punto de vista de que el docente debe elegir el material adecuado para cada contenido de enseñanza, partiendo de la idea de estar convencido de la funcionalidad del material. Por otro lado, realiza una clasificación de recursos de aprendizaje de matemáticas:

- Materiales
- Juegos
- Videos
- Software

La clasificación de recursos sirve para trabajar la lógica, los números, la geometría, la medida, el álgebra y la estadística. Por ejemplo, para geometría propone materiales como geoplano, espejos, plegado de papel y regla o compás; por otro lado, para álgebra sugiere el uso de calculadoras gráficas y papel milimétrico (Arrieta, 1998). Desde esa época se observa los inicios de la idea de relacionar el álgebra y la geometría, es decir, se tienen dos representaciones matemáticas para un mismo objeto matemático. Por otro lado, el trabajo de Arrieta retoma la idea de la variedad de recursos de aprendizajes disponibles, la enseñanza de las matemáticas conlleva a que el docente realice una búsqueda de recursos que se acoplen a los objetivos de



aprendizaje, partiendo de la idea de que un problema matemático no solamente se resuelve con procesos algorítmicos, sino con una gran variedad de recursos.

Por otro lado, en 2011 aparece en la revista “Números” un trabajo realizado con materiales didácticos concretos para trabajar temas de geometría, obteniendo buenos resultados, en dicho trabajo se especifican algunas habilidades que se deben poseer para trabajar geometría, por ejemplo, habilidades visuales, habilidades de comunicación, habilidades de dibujo y construcción, habilidades lógicas o de razonamiento y habilidades de aplicación o transferencia (Villaroel & Sgreccia, 2011).

Estas habilidades se relacionan directamente con el presente proyecto, ya que el objetivo es que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas, por lo que, al identificar las habilidades se podrán construir actividades encaminadas a su desarrollo. Algo relevante del trabajo es que se observó que el material didáctico concreto funcionó como facilitadores y potenciadores intelectuales de las habilidades geométricas, favoreciendo el pensamiento geométrico (Villaroel & Sgreccia, 2011), lo que sugiere que al trabajar con materiales didácticos innovadores del tipo concreto (entiéndase materiales didácticos innovadores como recursos de aprendizaje con la particularidad de ser concretos y manipulables) podrá lograr un avance significativo en el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes.

Una idea referente a la temática del proyecto surge en 2014, en la “Revista Iberoamérica de Educación Matemática”, en ella se menciona el uso de juegos como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas, pero en el sentido de que dicho juego es trabajar material didáctico innovador para motivar al estudiante al trabajo con la asignatura (Muñiz-Rodríguez, Alonso & Rodríguez, 2014). Así pues, al utilizar material didáctico innovador dentro de ambientes lúdicos, no solamente nos encaminamos a desarrollar habilidades matemáticas, sino que añade dos elementos esenciales para el aprendizaje, la motivación y el interés de los estudiantes (Muñiz-Rodríguez, Alonso & Rodríguez, 2014). Esta idea agrega un elemento indispensable para mejorar la intervención didáctica dentro de las estrategias planteadas del proyecto.

En la revista “EPISTEMUS” se presentó un artículo que describe un material didáctico concreto, una balanza para trabajar con el tema de ecuaciones lineales en el nivel de secundaria, los resultados fueron favorables, al relacionar los registros algebraicos y gráficos (Mendívil, Gómez & Castro, 2016). Las ideas trabajadas en el proyecto presentado sugieren la integración del uso



de material didáctico concreto con el uso de distintas representaciones semióticas, que se interpreta como una habilidad matemática de transitar de un registro a otro. Dicha idea tiene una relación estrecha con mi proyecto y los enfoques teóricos que lo sustentan.

Los distintos trabajos mencionados refuerzan de manera positiva la realización del proyecto terminal, desde la idea del trabajo con recursos de aprendizajes y el desarrollo indirecto o directo de habilidades matemáticas.

2.2. Fundamentos teóricos del Proyecto Terminal

Las actividades matemáticas se realizan dentro de un contexto de representación, los estudiantes deberían ser capaces de reconocer el mismo objeto matemático de conocimiento en otros contextos de representación para usarlos en la resolución de diversos problemas (Duval, 2006). Lo anterior implica una habilidad matemática importante, la transformación de representaciones semióticas, tanto la conversión, como el tratamiento, y al mismo tiempo, se debe elegir una representación semiótica en función al propósito de la actividad, éstas son las dos caras de la actividad matemática (Duval, 2006).

En congruencia, Hitt (1998) menciona que la visualización matemática tiene una vinculación con los sistemas semióticos de representación, dándole una jerarquía importante a los elementos de representación visual, promoviendo el uso de varios sistemas de representación. “La construcción de un concepto se dará a través de la coordinación, libre de contradicciones, de diferentes sistemas semióticos de representación relacionados con el concepto en cuestión” (Hitt, 1998). La idea es que los docentes propongan estrategias utilizando por lo menos dos tipos diferentes de representaciones semióticas de conceptos matemáticos y que el estudiante pueda pasar de una a otra, logrando la construcción de conocimientos matemáticos.

Por lo anterior, es indispensable que el estudiante desarrolle habilidades matemáticas, las que le servirán para resolver todo tipo de problemas. Gonzáles (1993) identifica algunas habilidades relacionadas con el conocimiento matemático:

- Interpretar con palabras propias una determinada generalización.
- Reconocer una determinada generalización.
- Reconocer la cantidad de variables presentes en una generalización.



- Corregir una generalización expresada incorrectamente.
- Reconocer los conceptos involucrados en una generalización.
- Utilizar procedimientos deductivos.
- Descubrir errores.
- Completar una demostración deductiva de una generalización.
- Determinar si las condiciones dadas, para un caso específico, permiten la instalación de la generalización.
- Reconocer la generalización adecuada para resolver un determinado problema.

Se puede entender que antes de construir conocimiento matemático, los estudiantes deben aplicar ciertas estrategias que le permitan solucionar problemas en distintos escenarios, y al no poseer dichas habilidades, entonces tienen que desarrollarse.

Los rasgos del Perfil de Egreso de la Educación Secundaria del Nuevo Modelo Educativo, SEP (2017b) son:

Pensamiento matemático: Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático.

Pensamiento crítico y solución de problemas: Formula preguntas para resolver problemas de diversa índole. Se informa, analiza y argumenta las soluciones que propone y presenta evidencias que fundamenta sus conclusiones. [...]. (p. 80).

Los resultados de la evaluación que mencionamos en la sección anterior muestran que el proyecto propuesto impactará de forma positiva al contemplar las problemáticas sentidas por los estudiantes, partir del contexto para retomarlas desde una intervención. El elaborar material didáctico enmarcado en una metodología de enseñanza como es el de resolución de problemas o métodos gráficos de enseñanza de las matemáticas, se espera que todos los estudiantes puedan alcanzar los rasgos mínimos del perfil de egreso. Con la intención de cumplir por lo menos uno de los propósitos de matemáticas para la Educación Secundaria: “Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado” (SEP, 2017a, p. 300).

El proyecto: Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores, se encuentra en congruencia con el eje número 2 que aparece en la Guía del



Estudiante, refiriéndose al eje de didácticas específicas de las distintas áreas de la matemática (Universidad Abierta y a Distancia de México, 2019). En esta propuesta el aprendizaje y la enseñanza del Álgebra son las áreas de interés para el desarrollo del material didáctico.

El enfoque mixto, aplicado en el proyecto, es un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación que implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información obtenida y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio, es decir, que el método mixto rescata un componente cuantitativo y uno cualitativo en el mismo proyecto de investigación (Hernández Sampieri et al., 2014).

Dentro del método mixto de investigación, se encuentran los modelos simultáneos de investigación confirmatoria o exploratoria, con la predominante hacia los datos cualitativos. Pereira (2011), define a los modelos simultáneos mixtos de investigación como la aplicación simultánea de técnicas e instrumentos utilizados por el método cualitativo y cuantitativo de investigación, y se les clasifica como confirmatoria o exploratoria, porque al finalizar la investigación, confirman las ideas preconcebidas del investigador, basándose en teorías ya existentes, pero también dan pie a la creación de nuevos tópicos que no existían anteriormente, por lo que son consideradas exploratorias. La predominación en el análisis de datos cualitativos en la investigación significa que el eje de la investigación son los datos cualitativos recabados, es decir, las apreciaciones del investigador, apoyados en segundo orden de preponderancia con los datos cuantitativos recabados, que darán sentido a las interpretaciones de los procesos observados dentro del aula (Pereira, 2011).

El Proyecto Terminal de investigación posee un alcance secuencial explicativo, lo que se traduce, que al finalizar el proyecto, los datos cualitativos recabados darán un sentido a los datos cuantitativos, para explicar y encontrar relaciones entre los dos tipos de datos (Pereira, 2011). Por lo tanto, el alcance del proyecto queda en términos de explicar lo observado en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La población objetivo son estudiantes de primero de secundaria en el ciclo escolar 2019-2020. Una población es el conjunto total de individuos que poseen algunas características comunes observables en un lugar y en un momento determinado. Las características comunes son la homogeneidad, el tiempo, el espacio y la cantidad. La homogeneidad es que todos los miembros



de la población tengan características similares según las variables a considerar; el tiempo se refiere al periodo de tiempo donde se ubica a la población de interés; el espacio es el lugar donde se ubica la población de interés; y la cantidad se refiere al tamaño de la población (Hernández Sampieri et al., 2014). A partir de una población se puede obtener una muestra, que sirve para hacer comparaciones entre ese grupo de individuos seleccionados y la población. Una muestra es un subconjunto fielmente representativo de la población (Hernández Sampieri et al., 2014). Para el proyecto se utiliza una muestra no probabilística. El muestreo no probabilístico es una técnica de muestreo donde la muestra es recogida sin darle la misma oportunidad de ser seleccionados a todos los miembros de la población (Hernández Sampieri et al., 2014), en el caso particular del proyecto, las muestras se seleccionan a partir del resultado de un proceso didáctico inicial; clasificando en estudiantes con alto desempeño académico en la asignatura de matemáticas y estudiantes con bajo desempeño en la asignatura.

Los instrumentos de recolección de datos son los mecanismos que el investigador utiliza para recolectar y registrar la información necesaria para realizar su trabajo (Hernández Sampieri et al., 2014). Los instrumentos diseñados para el Proyecto Terminal son la prueba escrita, la entrevista, la guía de observación sistemática y el diario de campo. La prueba escrita se puede considerar como una prueba (que en el proyecto son problemas matemáticos). La entrevista es la comunicación entre el investigador y el sujeto de estudio a fin de obtener respuestas verbales a las interrogantes planteadas dentro de dicho proyecto (Hernández Sampieri et al., 2014). La guía de observación sistemática es un instrumento de recogida de datos que nos indica las variables a observar dentro de la población de individuos; la guía de observación es apoyada con el diario de campo, que es un cuaderno donde el investigador describe lo que está sucediendo, en este caso, lo que pasa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en lapsos de tiempo establecidos (Hernández Sampieri et al., 2014).

Los instrumentos de recogida de datos permitirán obtener datos cualitativos y cuantitativos. Los datos cualitativos están sujetos a las interpretaciones del investigador, relacionados con las fuentes bibliográficas consultadas. El análisis estadístico descriptivo se realizará a partir de los datos cuantitativos. Un análisis estadístico descriptivo de datos cuantitativos consiste en presentar los datos, en este caso, los resultados de los exámenes de forma ordenada en tablas, calcular las medidas de tendencia central, como la moda, mediana y media aritmética, para luego apreciar sus características, permitiendo observar las diferencias o similitudes (Rodríguez, Gallardo, Pozo & Gutiérrez, s.f.). El análisis estadístico descriptivo consiste en describir las



tendencias claves en los datos existentes y observar las situaciones que conduzcan a nuevos hechos, además, incluye la recopilación de datos relacionados; posteriormente, los organiza, tabula y describe el resultado (Rodríguez et al., s.f.).

En la asignatura de matemáticas del nivel básico de secundaria, al resolver problemas dentro de las estrategias de enseñanza en el aula, se busca que el estudiante desarrolle habilidades que involucren la identificación y aplicación de métodos de solución específicos, que le motiven a pensar, planear, proponer, y argumentar cómo obtuvo la solución. Esto coincide con los procesos de enseñanza-aprendizaje del enfoque de Competencias (SEP, 2017b). En este proceso de aprendizaje el estudiante adquiere conocimientos y habilidades matemáticas, que le permiten pasar de una representación semiótica a otra, es decir, es capaz de representar un objeto matemático de diferentes maneras. Por ejemplo, si tomamos como objeto matemático a los números fraccionarios, el estudiante reconocerá que la fracción $\frac{1}{2}$ tiene su representación equivalente como el número decimal 0.5; o puede elegir una representación a partir de objetos conocidos y de uso cotidiano como una galleta partida a la mitad, para representar el equivalente a un medio. Este “tránsito” entre las distintas representaciones son un indicio indudable de que el estudiante ha generado conocimiento matemático (Duval, 2006). Por ello, dentro del proyecto se propone el uso de materiales didácticos innovadores para que el tránsito de una representación matemática a otra sea para el estudiante mucho más sencillo y natural.

En ese mismo orden de ideas, las estrategias de enseñanza del proyecto terminal se apoyan en el enfoque de resolución de problemas, que en pocas palabras significa enseñar a partir de problemas que se plantean a los estudiantes, para que apliquen diversas estrategias de solución. En el camino de encontrar una solución correcta a dichos problemas, los estudiantes pueden generar conocimiento matemático. Entonces, la enseñanza por resolución de problemas se relaciona con la heurística, porque se plantean estrategias para avanzar en la solución de un problema (Piñeiro, Pinto & Díaz-Levicoy, 2015).

En la resolución de problemas el docente debe ayudar al estudiante de manera discreta, dándole indicaciones que le motiven, evitando dar la respuesta completamente (Polya, 1989). Parte de las habilidades de todo docente es generar al momento preguntas y recomendaciones con el objetivo de orientar hacia encontrar la incógnita del problema (Polya, 1989). Dicha orientación que el docente brinda a sus estudiantes contribuirá en la solución de los problemas, y en consecuencia a la adquisición de conocimientos y desarrollo de habilidades matemáticas.



Por otro lado, la evaluación formativa del aprendizaje de los estudiantes está sustentada en la evaluación del desempeño de las competencias, enmarcada en el constructivismo. Castillo y Cabrerizo (2010) mencionan:

En esta nueva forma de desarrollar el proceso evaluador, es necesario evaluar cada uno de los componentes que constituyen las competencias básicas (contenidos, habilidades, actitudes y valores, y estrategias de aprendizaje), en un contexto y momento determinados, de forma que pueda darse una expresión (cuantitativa o cualitativa) que indique el grado de adquisición de todas y cada una de las competencias básicas hasta ese momento (nivel de desempeño), en función de los componentes de dichas competencias fijados para ser conseguidos hasta ese momento (p. 236).

El nivel de desempeño permite que el docente retome las competencias que los estudiantes de educación secundaria tienen en ese momento, partiendo de la idea de que las competencias implican una acción para ser evaluadas (Castillo & Cabrerizo, 2010), entonces una actividad como la resolución de problemas, se convierte en el camino ideal para evaluar las habilidades matemáticas intrínsecas a las competencias generales de las matemáticas.

Las competencias matemáticas en el nivel básico de secundaria según la SEP (2017a) son la competencia de planteamiento y resolución de problemas, competencia de argumentación y la competencia de comunicación; todas las competencias matemáticas se relacionan con las habilidades matemáticas de comunicar, calcular, imaginar, generalizar, inferir, medir, deducir y estimar (SEP, 2001). A partir de la aplicación de los exámenes y de la técnica de observación sistematizada al momento de que los estudiantes se enfrenten a los problemas planteados por el proyecto terminal, se generarán apreciaciones cualitativas y cuantitativas, que reflejarán el nivel de desempeño de las competencias matemáticas, y al mismo tiempo, el grado de desarrollo de las habilidades matemáticas que puedan alcanzar los estudiantes.

2.3. Aspectos metodológicos del Proyecto Terminal

El Colegio Regional México Americano donde se aplicará el proyecto Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores, sigue un currículo por Competencias del Nuevo Modelo Educativo presentado en el año 2017 (SEP, 2017b). El currículo



que aplica la institución educativa se retoma como eje transversal en el trabajo, es decir, el currículo basado en el enfoque por Competencias, enmarcado en el enfoque de enseñanza por resolución de problemas (Polya, 1989) y las representaciones semióticas de las matemáticas (Duval, 2006).

La metodología del proyecto es la mixta, se trata de un modelo mixto simultáneo de investigación confirmatoria o exploratoria, con estatus dominante en lo cualitativo. La estrategia para trabajar es la secuencial explicativa, lo que definirá los alcances del proyecto. La población objetivo se trata de estudiantes de sexto grado que en el ciclo escolar 2019-2020 estarán inscritos en primero de secundaria, con un muestreo no probabilístico.

En este mismo orden de ideas, para identificar el problema y la posible solución, se realizó un diagnóstico que consiste en una evaluación inicial. Después se propuso como posible solución el trabajar con materiales didácticos del tipo manipulativo para resolver problemas de razonamiento inductivo en Álgebra y Geometría. Al mismo tiempo, se eligen a dos grupos, uno con alto desempeño y otro con bajo desempeño, posteriormente los estudiantes utilizan el material didáctico innovador (manipulativo) para resolver los problemas planteados; al final se aplica una prueba estandarizada de habilidades matemáticas.

Los instrumentos para la recogida de datos son la entrevista, la guía de observación del aula, la evaluación inicial y la evaluación final, donde los dos últimos seguirán el enfoque de resolución de problemas y la evaluación del aprendizaje está centrada en el desempeño de las competencias de los estudiantes, es decir, una evaluación con enfoque cualitativo-formativo y que implica la clasificación por niveles de desempeño. Una vez desarrollados y verificados los instrumentos mencionados, se realizará la implementación que consiste en los siguientes pasos:

1. Aplicar la evaluación inicial.
2. Clasificación por niveles de competencias (dos muestras no probabilísticas).
3. Trabajar con el material didáctico del tipo manipulativo para resolver problemas de Álgebra y Geometría.
4. Aplicar la evaluación final.
5. Aplicar la entrevista.
6. La guía de observación del aula y la guía de observación sistemática se aplicará desde el paso 1 al 5.



La observación sistemática de los procesos realizados por los estudiantes y los resultados de la evaluación inicial y la evaluación con la evaluación de habilidades matemáticas (evaluación final), detonarán el análisis y emisión de conclusiones del Proyecto terminal.

Finalmente, para mostrar la validez de la hipótesis de este proyecto, se aplicará un análisis estadístico descriptivo a la evaluación inicial y final, cuyas medidas estadísticas consisten en la media aritmética, la mediana y la moda (medidas de tendencia central), para mostrar la consistencia a partir de graficas de barras. Además de contrastar las habilidades de las competencias matemáticas del nivel curricular, con las alcanzadas después de la implementación.

El desarrollo del proyecto relacionados con el aprendizaje escolar a través de un modelo mixto simultáneo, de investigación confirmatoria o exploratoria, y cuyo análisis de datos es del tipo cuantitativos y cualitativos (Pereira, 2011). Suele complementarse a partir de un diseño hermenéutico, con un estatus dominante en lo cualitativo, es decir, se recolectan datos cuantitativos y cualitativos en un mismo momento, apoyados en la idea de interpretar, explicar y comprender la información obtenida (Pereira, 2011). Si la estrategia de trabajo es del tipo secuencial explicativo, los resultados cualitativos se utilizan para explicar los resultados cuantitativos, con la finalidad de exponer e interpretar relaciones (Pereira, 2011), que es lo que se pretende realizar en este proyecto terminal.

En las investigaciones educativas al interpolar técnicas de los métodos cualitativos y cuantitativos, estos permitirán aprovechar lo mejor de cada metodología en cada etapa del proyecto, para alcanzar los objetivos planteados. Pole (2009) argumenta la idea anterior de la siguiente manera:

Los enfoques con metodologías mixtas pueden ser a veces superiores a las investigaciones con métodos individuales. La investigación con metodologías mixtas puede responder a preguntas que otros paradigmas no pueden. [...] Algunas preguntas no pueden responderse con metodologías cuantitativas, mientras otras no pueden responderse mediante estudios cualitativos. Los investigadores pueden combinar enfoques de modo que uno verifique los descubrimientos del otro, que uno sirva como punto de partida para el otro, y que los enfoques puedan complementarse para explorar distintos aspectos de la misma pregunta. [...] (p. 39).



La población objetivo son estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano, durante el ciclo escolar 2019-2020. Por lo anterior, el muestreo utilizado es concurrente para métodos mixtos, con una muestra paralela (Hernández Sampieri et al., 2014). En este caso es conveniente trabajar con una muestra no probabilística, seleccionada a partir de criterios como el bajo o alto rendimiento, que se interpretan como los resultados de la evaluación inicial dentro de las estrategias didácticas de este proyecto. La propuesta se aplicará a todo el grupo de primero de secundaria (vertiente cuantitativa), seleccionando una muestra donde los estudiantes tienen dificultades en la asignatura de matemáticas (vertiente cualitativa).

Los instrumentos de recolección de información (ver Anexo 4) ideales para el proyecto son los que se describen a continuación (Hernández Sampieri et al., 2014):

- Prueba escrita: permitirá medir el nivel de aprovechamiento de los estudiantes.
- Entrevista: proporcionará ideas que en una prueba escrita no se pueden apreciar, pero que están relacionadas con las variables a estudiar.
- Observación sistematizada: usando el formato de diario de campo (hora, descripción e interpretación), se recabarán toda la información que ocurre en el aula, como las interacciones entre estudiantes, los diálogos, las preguntas de estudiantes y su proceso de aprendizaje.
- Evaluación final: brindará una comparación en cuanto a habilidades matemáticas desarrolladas, antes de la aplicación del proyecto y después de éste.

Los datos cualitativos generan ideas sobre el desempeño de los estudiantes, pero los datos cuantitativos obtenidos con el resultado de los exámenes, dan un sentido más realista a la apreciación que tenemos con los datos cualitativos, por esta razón en la parte cuantitativa de la investigación se aplicará un análisis estadístico descriptivo, los resultados de los exámenes se presentan utilizando técnicas de comparación de datos de la estadística descriptiva, calculando las medidas de tendencia central, como la moda, la mediana y la media aritmética, para elaborar gráficas comparativas, éstos instrumentos permiten comparar los resultados en la evaluación inicial y final que se aplica a los estudiantes.

En otro orden de ideas, la metodología de enseñanza inicia con procesos didácticos utilizando material innovador aplicado a los estudiantes en algún tema de Álgebra o Geometría. En dicho proceso se utiliza la observación sistematizada, posteriormente las entrevistas y al final la prueba



escrita para determinar un grupo con dificultades en la resolución de problemas matemáticos. Se trabaja nuevamente con el grupo a partir de sus necesidades, se observa y se aplica una evaluación estandarizado de valoración.

Al finalizar el proceso se redactan conclusiones a partir de los datos recabados. El siguiente esquema explica lo descrito:

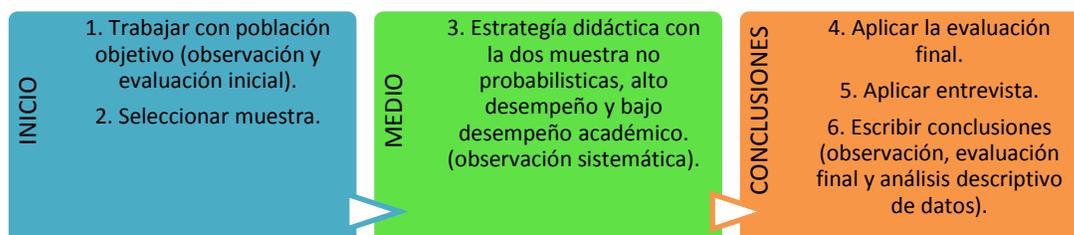


Figura 1. Proceso para aplicar la metodología.
Fuente: Elaboración propia basada en la lógica del proyecto.

La secuencia didáctica aplicada en los procesos de enseñanza del proyecto a realizar se resume en los siguientes puntos:

1. Familiarización con el material. Se representará con el material didáctico situaciones básicas del lenguaje matemática. Por ejemplo, se pedirá que representen:
 - a. Un número cualquiera.
 - b. El doble de un número cualquiera.
 - c. Un número cualquiera más el triple de ese mismo número.
2. Resolución de problemas. Los estudiantes utilizarán el material didáctico para solucionar problemas contextualizados sobre ecuaciones de primer grado, con el enfoque de la metodología de resolución de problemas de Polya (Polya, 1989).
3. Representación matemática. Después de resolver el problema, los estudiantes dibujarán en hojas blancas los procesos realizados, explicando y argumentando sus respuestas. Después se transitará de la representación con el material didáctico a la representación algebraica.
4. Problematización de la realidad. A partir de situaciones contextuales, los estudiantes inventarán un problema que se resuelva utilizando lenguaje algebraico propio de las ecuaciones de primer grado. Argumentarán sus respuestas.

Así mismo se retoma el currículo escolar para el nivel de estudio básico de secundaria, el cual está basado en el enfoque por competencias, este supone que el estudiante desarrollará



habilidades que le permitan funcionar dentro del ámbito escolar, laboral y social. Los dos enfoques de enseñanza en que se apoya el proyecto, tomando en cuenta que se trata de un modelo mixto de tipo concurrente son las teorías de resolución de problemas de Polya (Polya, 1989) y la de representaciones semióticas de Duval (Duval, 2006).

Con esta metodología se pretende que el estudiante realice estrategias de aprendizaje, permitiéndole desarrollar las habilidades matemáticas al momento de resolver los problemas con el material didáctico manipulable. Según la SEP (2001), las habilidades matemáticas a desarrollar que tienen que ver con la competencia de resolución de problemas en el nivel de secundaria son:

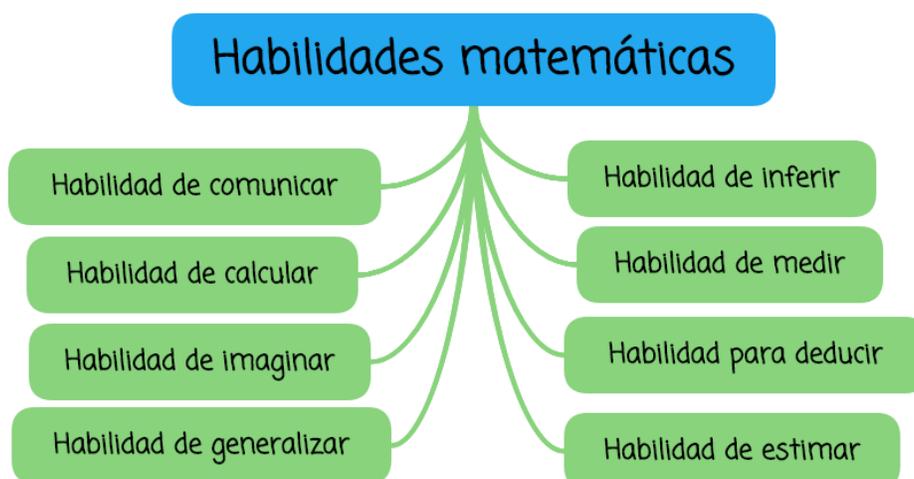


Figura 2. Habilidades matemáticas en secundaria.
Fuente: SEP, 2001.

El método de evaluación que permitirá analizar los datos es la evaluación del desempeño de las competencias, porque nos permitirá evaluar objetivos como:

- Razonamiento mediante la observación de estudiantes al resolver los problemas, con lo cual se pueden hacer inferencias sobre lo que razonó para resolverlo.
- Habilidades, mediante la observación y evaluación de habilidades al momento de realizarlas.
- Generación de productos.

Este tipo de enfoque en la evaluación de los aprendizajes es el adecuado para trabajar con este proyecto, porque es el que permitirá conocer si los estudiantes aplican las habilidades matemáticas para resolver problemas. Según la SEP (2001), las habilidades matemáticas que



los estudiantes deben desarrollar en secundaria son las de comunicar, calcular, imaginar, generalizar, inferir, medir, deducir y estimar.

2.4. Cronograma del Proyecto Terminal

El proyecto tiene una duración aproximada de 40 semanas, dentro de los semestres 2019-1 y 2019-2, específicamente en los módulos 13 al 16. Iniciando el 16 de enero del 2019 y culminado el 15 de noviembre del 2019. Las actividades para realizar en cada módulo están detalladas en el siguiente cuadro:

Etapa 1. Planeación del proyecto terminal	Número de horas invertidas
Observación y registro de una clase de matemáticas al grupo de primero de secundaria.	2
Aplicación de evaluación diagnóstica de matemáticas al grupo de sexto de primaria y a los tres grupos de secundaria.	6
Entrevistas con la directora de secundaria, el maestro de matemáticas y la coordinadora general del Colegio para obtener información del contexto, problemáticas en el área de matemáticas y recabar datos estadísticos.	12
Entrevista con la psicóloga del Colegio para conocer los estilos de aprendizaje de alumnos de secundaria.	4
Conversación-entrevista con estudiantes de primero de secundaria para rescatar necesidades de enseñanza y estilos de aprendizaje.	4
Diseño de la propuesta de la Etapa 1. Planeación del proyecto terminal.	20
Etapa 2. Diseño del proyecto terminal	
Revisión bibliográfica para construir el estado del arte de la Etapa 2. Diseño del proyecto terminal.	28
Desarrollo de la metodología del proyecto terminal.	50
Construcción de la hipótesis del proyecto.	8
Selección de fuentes bibliográficas que den sustento al proyecto terminal.	10
Diseño de instrumentos para recolectar datos.	16
Elaboración del cronograma de trabajo para el proyecto terminal.	8
Redacción de la etapa 2. Diseño del proyecto terminal. Entrega final.	40
Observación de clases de primero de secundaria para conocer los procesos de los estudiantes y al mismo tiempo se familiaricen con mi persona.	24
Etapa 3. Implementación del proyecto terminal	
Aplicar los instrumentos para recabar datos de tu población objetivo, que diseñaste en la etapa 2.	30
Elabora el reporte de aplicación del instrumento.	50
Aplica la secuencia didáctica o propuesta de intervención en educación matemática a tu población objetivo.	70
Elabora el reporte de la aplicación de la secuencia didáctica o propuesta de intervención en educación matemática.	50
Etapa 4. Evaluación del proyecto terminal	
Realiza el análisis de datos y revisión de faltantes de las cuatro etapas de proyecto terminal (20 horas).	20
Elabora el informe final considerando las dificultades que se presentaron durante la implementación y las oportunidades de mejora para el proyecto por cada etapa (50 horas).	50
Emite conclusiones (describe las implicaciones para el campo de enseñanza de las matemáticas) y ubica el proyecto terminal en el contexto de otros estudios asociados con el tema a nivel nacional o internacional (30 horas).	30
Elabora la presentación y notas a partir del informe final del proyecto (25 horas).	25
Presentar el proyecto terminal ante un Comité evaluador de la Licenciatura en Enseñanza de las matemáticas para emitir la evaluación final (2 horas).	2
Total de horas	559

Figura 3. Cronograma de actividades del Proyecto Terminal.
Fuente: Diseño del Proyecto Terminal.



En el diagrama de Gantt que aparece en el Anexo 3 podemos observar a detalle la distribución de actividades realizadas en las cuatro etapas del Proyecto Terminal.



3. DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

3.1. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje

Para el desarrollo del proyecto se diseñó una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) titulada: “Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”.

TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE: Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores			
DATOS GENERALES	APRENDIZAJES ESPERADOS		HIPÓTESIS GENERAL DE APRENDIZAJE
DOCENTE: Santiago Toledo Jiméñez NIVEL: Secundaria PROYECTO: Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores MODALIDAD: Presencial ASIGNATURA: Matemáticas	EJE: Número, Álgebra y variación TEMA: Multiplicación y división. ✦ Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, solo números positivos). TEMA: Ecuaciones. ✦ Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales. EJE: Forma, espacio y medida TEMA: Magnitudes y medidas. ✦ Calcula el perímetro de polígonos, y áreas de cuadriláteros desarrollando y aplicando ecuaciones lineales (fórmulas).		Se espera que la implementación de material didáctico innovador enmarcado en la metodología del enfoque de la resolución de problemas, y las representaciones semióticas en los temas de álgebra y geometría, ayudarán a mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.
OBJETIVO GENERAL DE APRENDIZAJE	✓ Mejorar las habilidades matemáticas en la resolución de problemas que implican ecuaciones lineales, a partir de la utilización de material didáctico del tipo manipulativo.		
OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE APRENDIZAJE			
✓ Aplicar el concepto de cambio de registro matemático para resolver problemas con ecuaciones lineales de primer grado y calcular perímetros o áreas con datos faltantes, a partir de actividades didácticas del tipo experimento didáctico.	✓ Resolver problemas de razonamiento inductivo para mejorar el entendimiento de conceptos sobre ecuaciones lineales de primer grado, a través del desarrollo de habilidades matemáticas como el pasar del lenguaje común al algebraico, enmarcado en la aplicación de métodos gráficos para la enseñanza.	✓ Utilizar herramientas didácticas como materiales didácticos del tipo concreto en las áreas de Álgebra y Geometría para resolver problemas que implican el uso de ecuaciones lineales de primer grado, con ayuda de la metodología de resolución de problemas.	
HIPÓTESIS ESPECÍFICA SOBRE EL PROCESO DE APRENDIZAJE			
Hipótesis 1: Los estudiantes utilizarán el material didáctico propuesto para transitar del lenguaje común al lenguaje algebraico, lo que le servirá para resolver correctamente problemas de ecuaciones de primer grado.		Hipótesis 2: Los alumnos lograrán transitar de una representación matemática a otra desarrollando habilidades en la resolución de problemas empleando ecuaciones de primer grado en el área de Álgebra y Geometría.	
Sesión 6 (31 de agosto del 2019) Actividad de reforzamiento: > Juego cálculo mental. > Juego memoria algebraico (ver anexo 6). > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).			
EVALUACIÓN INICIAL (RESCATE DE CONOCIMIENTOS PREVIOS)			
Sesión 1 (26 de agosto del 2019): > Aplicar la evaluación inicial de matemáticas (ver anexo 1). > Examinar el material didáctico del tipo concreto para familiarizarse (ver anexo 2). > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).			
REALIZAR DE TAREA LAS SIGUIENTES ACTIVIDADES:			
> Observa el video: https://youtu.be/CN4n6Tfc5WI > Buscar definición de incógnita desde el contexto del Álgebra.			
INICIO			DESARROLLO
Sesión 2 (27 de agosto del 2019): > Representar con el material didáctico del tipo concreto distintas situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico (ver anexo 5). Registrar algunas representaciones algebraicas en hojas blancas (una por estudiante). > Integrar 5 equipos para jugar el memorama de lenguaje algebraico (ver anexo 6). > Preguntar: ¿Qué entiendes como lenguaje algebraico? > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).			Sesión 3 (28 de agosto del 2019): > Resolver ejemplo: La suma de 4 números consecutivos es 222, ¿cuáles son esos números? > Resolver dos problemas de forma individual utilizando el material concreto y la metodología de Polya (ver anexo 7). > Argumentar la respuesta a la clase de un problema elegido (uno por equipo). > Realizar conclusiones acerca de la ecuación para resolver dicho problema. > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).
CIERRE			
Sesión 4 (29 de agosto del 2019): > Presentar las ecuaciones de los problemas planteados en la sesión anterior, relacionar con su problema y resolver. > Proponer un problema que se resuelva utilizando una ecuación de primer grado. Escribir en una tarjeta con el nombre del que creo el problema. > Repartir las tarjetas con los compañeros para resolver el problema. Anotar el nombre de quien resolvió el problema. Utilizar el material concreto. > Analizar si el problema está bien planteado y si se puede o no resolver. > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).			
PRODUCTO FINAL			PRODUCTO FINAL
Sesión 1: Examen inicial. Sesión 2: Hoja blanca de cada alumno, anotar nombre del estudiante.			Sesión 3: Problemas resueltos por los estudiantes en la hoja proporcionada. Sesión 4: Tarjetas con el problema creado y resuelto. Sesión 5: Examen final. Sesión 6: Argumentos de los alumnos.
ROL DEL DOCENTE			
Sesión 1: Aplicar el examen a los estudiantes. Calificar el examen. Construir tablas de resultados, gráficas y medidas de tendencia central. Apoyar para conocer el material didáctico. Realizar la entrevista a alumnos, después de la sesión 1 (ver anexo 4). Sesión 2: Acompañar al estudiante para que utilice el material concreto en la representación algebraica. Resolver dudas al jugar el memorama.			Sesión 3: Organizar los equipos. Cuestionar a los alumnos para guiarlos en la solución de los problemas. Explicar la pertinencia de las ecuaciones de primer grado utilizada para resolver el problema argumentado a la clase. Revisar las hojas de problemas. Sesión 4: Monitorear la construcción del problema por parte de los estudiantes. Coordinar el reparto de las tarjetas para que otro estudiante resuelva el problema. Revisar tarjetas de problemas. Sesión 5: Aplicar el examen a los estudiantes. Calificar el examen. Construir tablas de resultados, gráficas y medidas de tendencia central. Contrastar resultados entre el examen inicial y final. Sesión 6: Contribuir a que el alumno reconozca sus aciertos y fallos al resolver los exámenes, que logre una retroalimentación.
EVALUACIÓN DEL CONOCIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES (EVALUACIÓN FINAL)			
Sesión 5 (30 de agosto del 2019): > Aplicar la evaluación final de habilidades matemáticas (ver anexo 8). > Aplicar guía de observación durante el proceso (ver anexo 3).			

Figura 4. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje diseñada para el Proyecto Terminal.
Fuente: Diseño del Proyecto Terminal.



3.2. Desarrollo de la propuesta

El proyecto “Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”, está diseñado en tres momentos o etapas de implementación, divididas en seis sesiones de trabajo con los 14 estudiantes que corresponden a la población de estudio:

- Etapa 1, es el inicio de la implementación del proyecto. Está constituida por 1 sesión de 2 horas de trabajo en el aula.
- Etapa 2, la parte media de la implementación del proyecto. Comprende 3 sesiones, con un total de 6 horas de trabajo.
- Etapa 3, se refiere a la conclusión de la implementación del proyecto. Se forma por 2 sesiones, trabajando en el aula 6 horas en total.

La organización del trabajo se realizó bajo una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) titulada homónimamente al nombre del proyecto: “Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”, como ya se había mencionado.

Etapa 1

En la etapa 1 del proyecto, en la sesión 1 se aplicó a los estudiantes evaluación inicial de diagnóstico (Anexo 4.1), el cual sirve para tener un punto de partida en el análisis posterior, en el sentido de observar un antes y un después en los niveles de desempeño académico de los estudiantes.

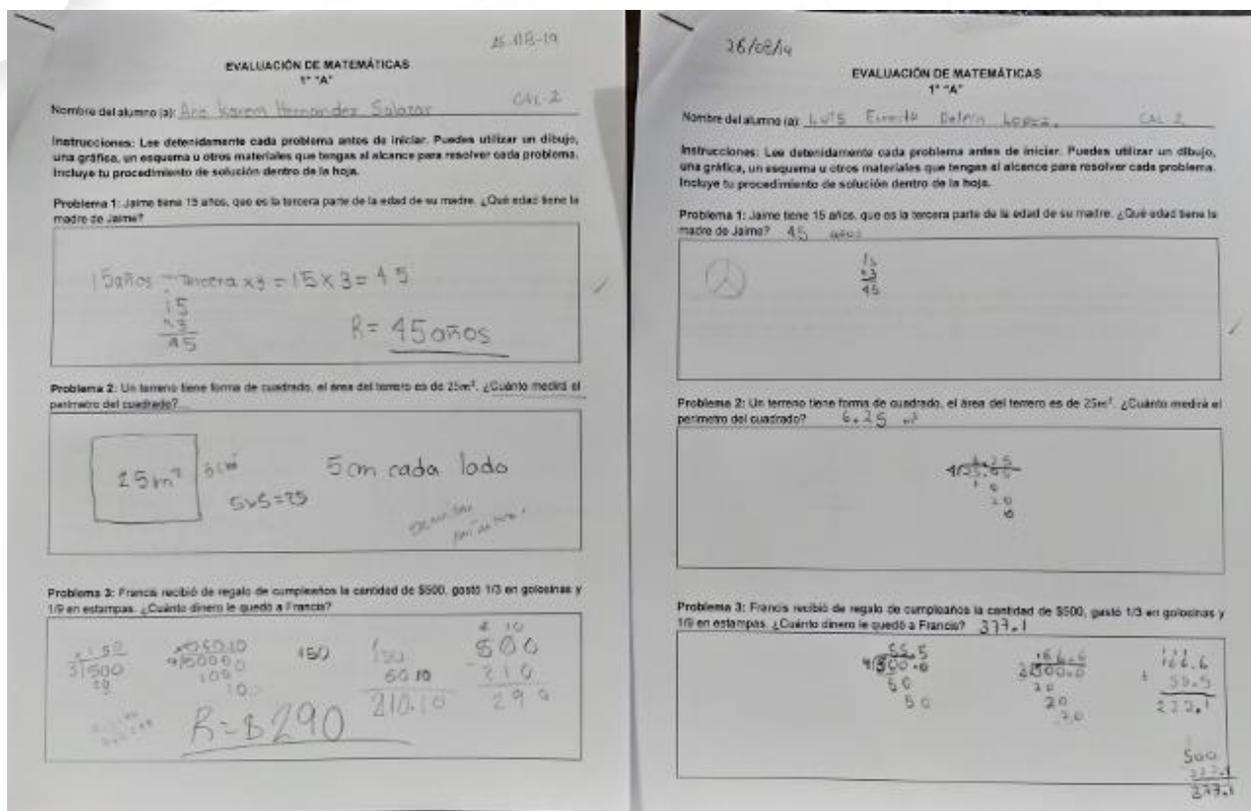


Figura 5. Algunas pruebas escritas resueltas por estudiantes de primero de secundaria.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico de la implementación didáctica, sesión 1. Elaboración propia.

Al terminar la evaluación inicial se procede a aplicar una entrevista (Anexo 4.2) a los estudiantes con la finalidad de recabar impresiones acerca de la prueba que realizaron y rescatar ideas sobre los procesos para resolver las situaciones que plantea la evaluación.

Etapa 2

En la sesión 2 del proyecto se les entregó a los estudiantes una lista con representaciones del lenguaje común al algebraico (Anexo 6) para que junto con su material didáctico (Anexo 5) pudieran representar algunas situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico, en la Figura 4 se observan distintas representaciones realizadas por algunos estudiantes:

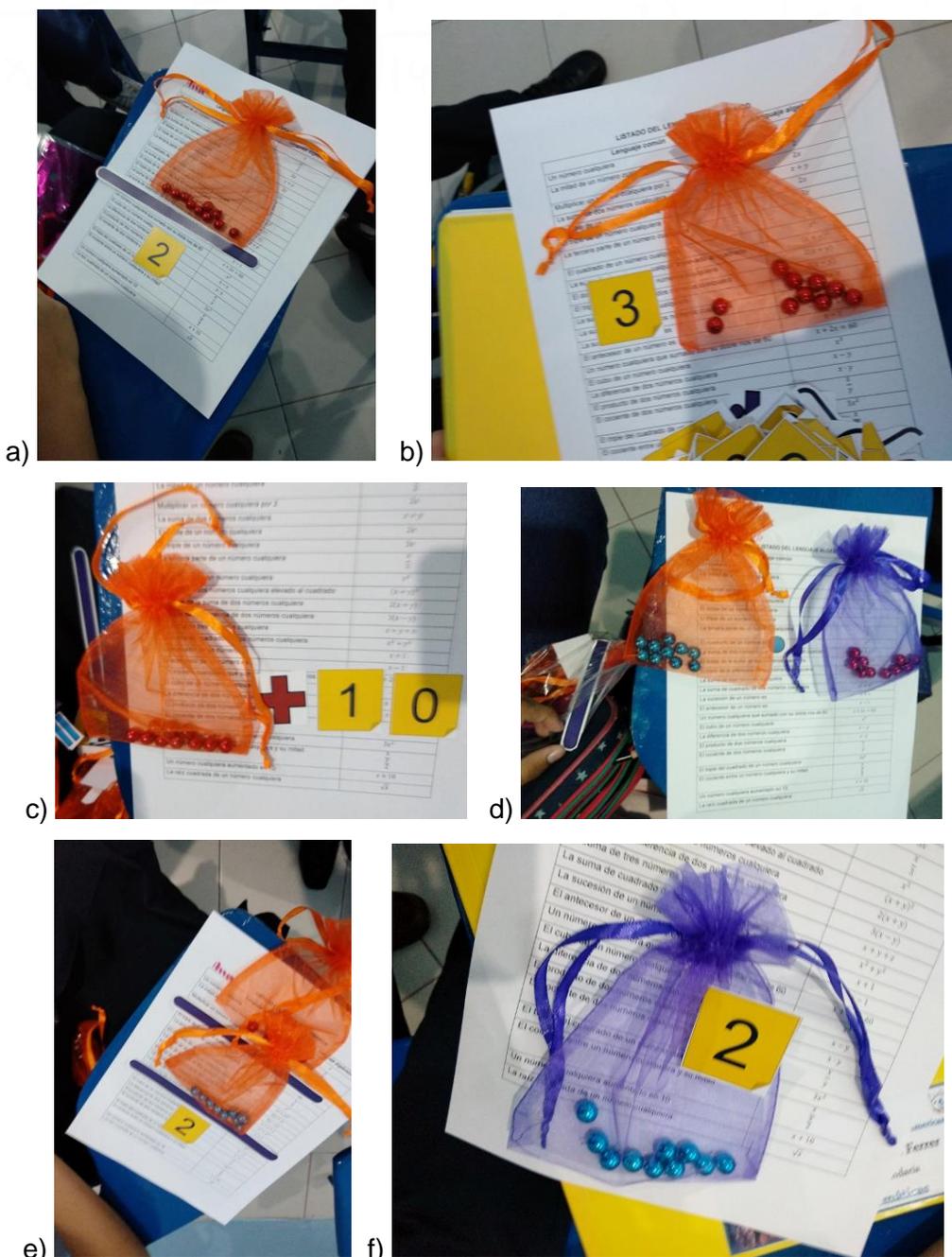


Figura 6. a) Representación de la mitad de un número cualquiera. b) Representación del triple de un número cualquiera. c) Representación de un número cualquier aumentado en 10. d) El producto de dos números cualquiera. e) El cociente entre un número cualquiera y su mitad.

Fuente: Implementación didáctica sesión 2. Elaboración propia.

Para continuar, los estudiantes trabajaron por equipos de tres integrantes la estrategia de aprendizaje llamada “Memorama algebraico” (Anexo 7), la actividad consiste en formar parejas de tarjetas. Las tarjetas de color amarillo tenían escrito el lenguaje algebraico y en las tarjetas



verdes el lenguaje común. Los estudiantes demostraron interés en la actividad animándose en formar la mayor cantidad de parejas de tarjetas en el menor tiempo posible.

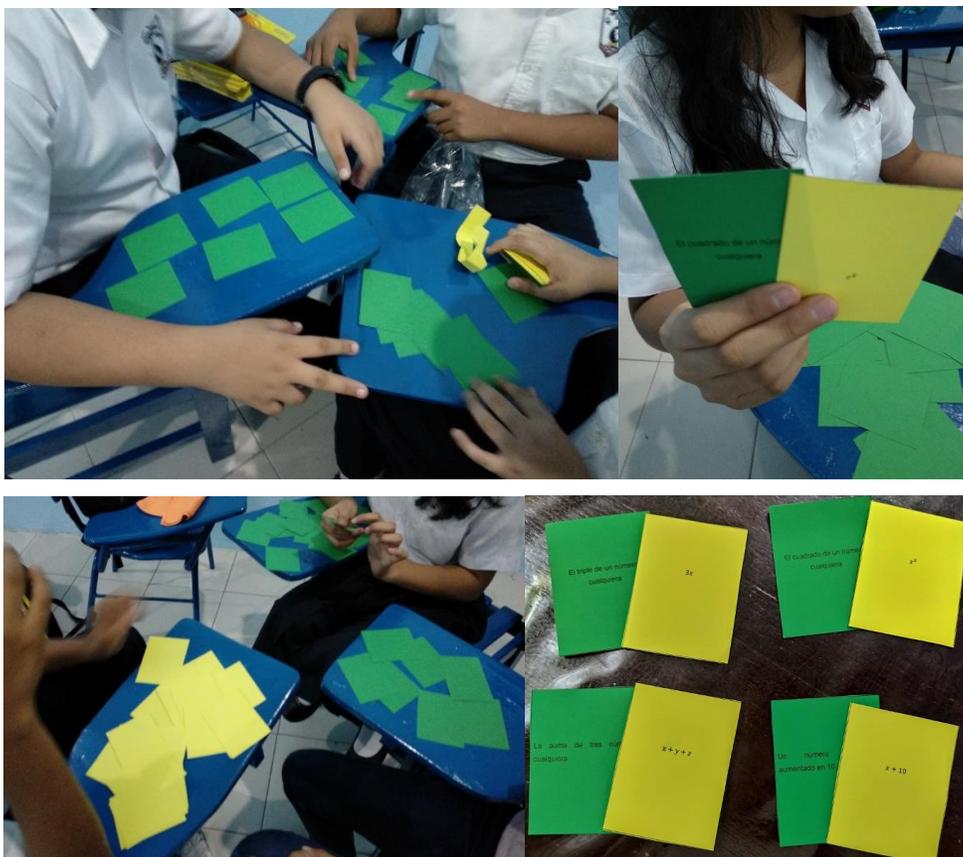


Figura 7. Desarrollo de la estrategia de aprendizaje “Memorama algebraico”.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 2. Elaboración propia.

Las estrategias de aprendizaje lúdicas desarrollan habilidades matemáticas, pero también añaden elementos esenciales para el aprendizaje, la motivación y el interés de los estudiantes (Muñiz-Rodríguez, Alonso & Rodríguez, 2014).

En la sesión 3 de la implementación didáctica los estudiantes se concentraron a resolver distintos problemas individualmente (Anexo 8). Los problemas están relacionados con el planteamiento de ecuaciones de primer grado, se les dio la sugerencia de utilizar el material didáctico diseñado para representar ecuaciones de primer grado (Anexo 5). En resumen, algunos estudiantes no utilizaron métodos algebraicos convencionales para plantear las soluciones, la mayoría recurrió a operaciones básicas. En la Figura 6 se observan algunos procedimientos aplicados por los estudiantes:



Problema 1. La suma de las edades de Karla y Felipe es de 20 años, Karla tiene 4 años más que Felipe. Hallar ambas edades.

karla felipe

$$x + x + 4 = 20$$

$$2x + 4 = 20$$

$$2x = 20 - 4$$

$$2x = 16$$

$$x = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

Problema 2. El ventanal de un hotel tiene forma de un rectángulo y su área es de 40 m^2 , si la base del rectángulo mide 8 metros ¿cuánto medirá la altura del rectángulo?

Problema 3. Al triple de un número le restamos 16 y se obtiene 20, ¿cuál es ese número?

Rebecca

$$8 \overline{) 40 \text{ m}^2}$$

la altura es = 5 metros

Figura 8. Resolución de problemas.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 3. Elaboración propia.

Como resumen de la sesión, el docente presentó al grupo las ecuaciones ocupadas por cada problema planteado. Los estudiantes unieron con una línea el número del problema con su ecuación de primer grado (Figura 9). El docente ejemplificó resolviendo algunas ecuaciones y explicando el paso a paso.

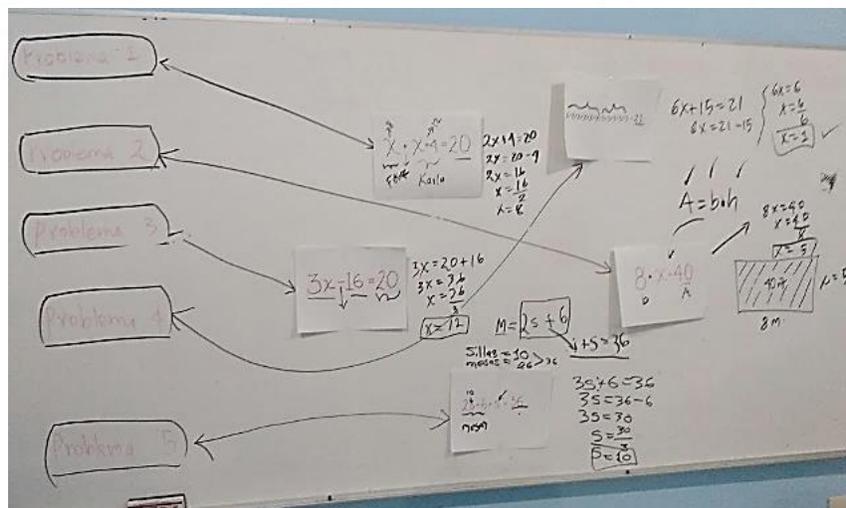


Figura 9. Conclusiones acerca del procedimiento de solución de los problemas planteados.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 3. Elaboración propia.

En la sesión 4 los estudiantes inventaron problemas con la consigna de utilizar ecuaciones de primer grado en su solución. Después intercambiaron sus producciones con un compañero con el propósito de resolverlos (Figura 10). En esta actividad los estudiantes tuvieron dificultades para integrar una ecuación de primer grado a sus problemas.

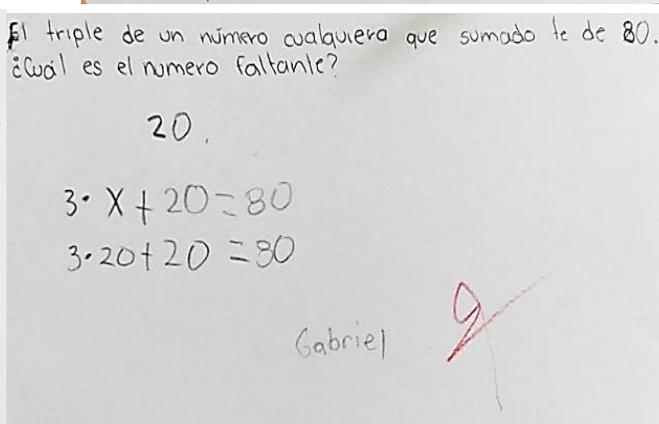
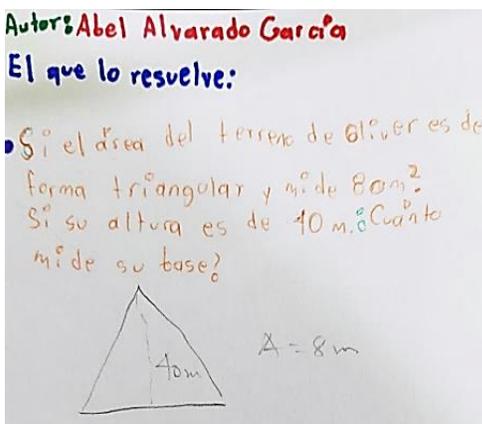
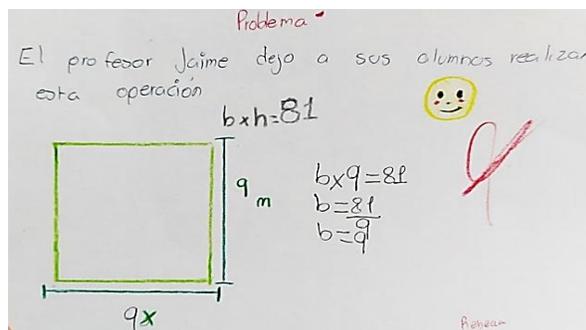
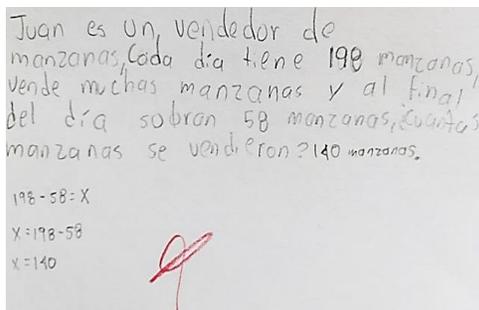


Figura 10. Problemas creados por los estudiantes.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 4. Elaboración propia.



En el Anexo 11 se encuentra una tabla que concentra todos los problemas que se inventaron durante la sesión, además se incluye la transcripción de las soluciones planteadas por los estudiantes.

Etapa 3

En la sesión número 5 de la etapa 3 los estudiantes resolvieron una evaluación final de seguimiento (Anexo 4.4). La evaluación final de seguimiento es una evidencia de evaluación relevante porque rescata los avances logrados por los estudiantes después de aplicar el proyecto terminal.

The image shows two pages of a math exam. The left page is for student Yamil Boris Alejandro and the right page is for student Abait Rocio Garcia. Both pages contain a table titled 'Distancia recorrida en cm' with columns for 'vueltas' (1-6) and rows for 'Pedro', 'Sara', and 'Pablo'. The tables show cumulative distances for each wheel size. Below the tables, there is a question asking for the difference in distance between Pedro and Sara. The students have provided handwritten answers and calculations, including diagrams of bicycle wheels and arithmetic operations.

Figura 11. Algunas pruebas resueltas por estudiantes de primero de secundaria.

Fuente: Evaluación final de seguimiento de la implementación didáctica, sesión 5. Elaboración propia.

Las estrategias didácticas de cierre y reforzamiento se realizaron durante la sesión 6. Las actividades realizadas en dicha sesión se encuentran en el Anexo 10, y tienen que ver con las dificultades mostradas por los estudiantes a lo largo de las cinco sesiones anteriores, como por ejemplo, dificultades con el uso del lenguaje algebraico, el planteamiento de ecuaciones de primer grado y la resolución de problemas.



Para comenzar la sesión los estudiantes realizaron un ejercicio sencillo de cálculo mental que consistía en dar dos números al mismo tiempo para luego multiplicarlos, esta situación la realizaron en equipos de 3 integrantes. Posteriormente con esos mismos equipos de trabajo se aplicó la estrategia didáctica: “Memorama algebraico”.



Figura 12. Estudiantes durante la actividad del “Memorama algebraico”.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 6. Elaboración propia.

Después se trabajaron tres problemas relacionados con el tránsito del lenguaje común a un lenguaje algebraico, pero utilizando el material didáctico diseñado específicamente para este tipo de problemas (Anexo 5). En la Figura 13 se aprecia a algunos estudiantes utilizando el material didáctico del tipo manipulable para representar las ecuaciones de primer grado de las situaciones problemáticas.



Figura 13. a) Un estudiante trataba de representar la ecuación $2x + 3x = 100$.

b) Una alumna representaba la ecuación $2x + 28 = 82$.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 6. Elaboración propia.

Durante el desarrollo de esta actividad en particular, un estudiante se opuso a utilizar el material didáctico manipulable en la resolución del problema: “Si el perímetro de un cuadrado es 24 cm, ¿cuánto miden sus lados?”. El estudiante resolvió el problema empleando la ecuación de primer grado adecuada para resolver el problema:

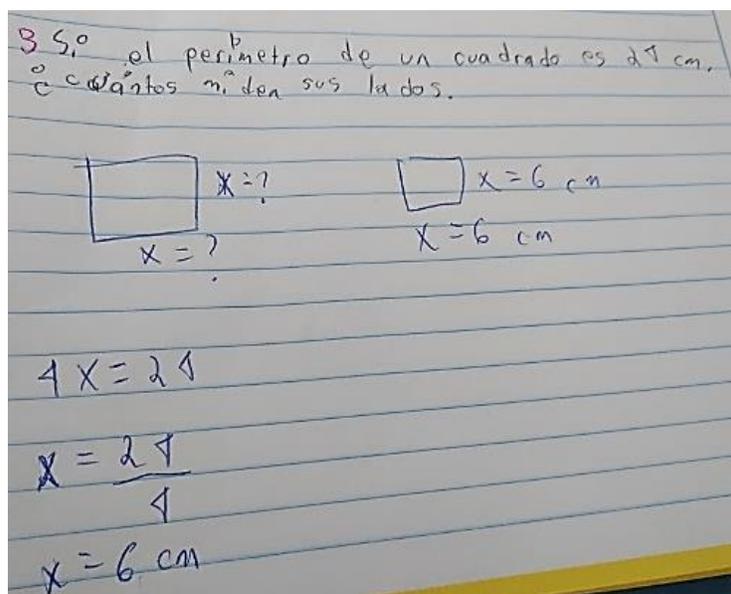


Figura 14. Proceso algebraico de un estudiante.

Fuente: Cuaderno de trabajo del estudiante. Elaboración propia.



Con la finalidad de que los estudiantes reforzaran los aprendizajes en cuanto al uso del lenguaje algebraico, se trabajó con la estrategia de aprendizaje “Lotería algebraica” (Anexo 9). La actividad consiste en que el docente “cante” la carta en lenguaje común, para que los estudiantes busquen la representación algebraica en sus cartas lotería.



Figura 15. Desarrollo de la actividad lotería algebraica durante la sesión 6.

Fuente: Implementación didáctica de la sesión 6. Elaboración propia.

La sesión 6 terminó desarrollando un ejercicio relacionado con la jerarquía de operaciones en álgebra. La mayor dificultad de los estudiantes fue colocar los paréntesis y llaves de forma correcta.

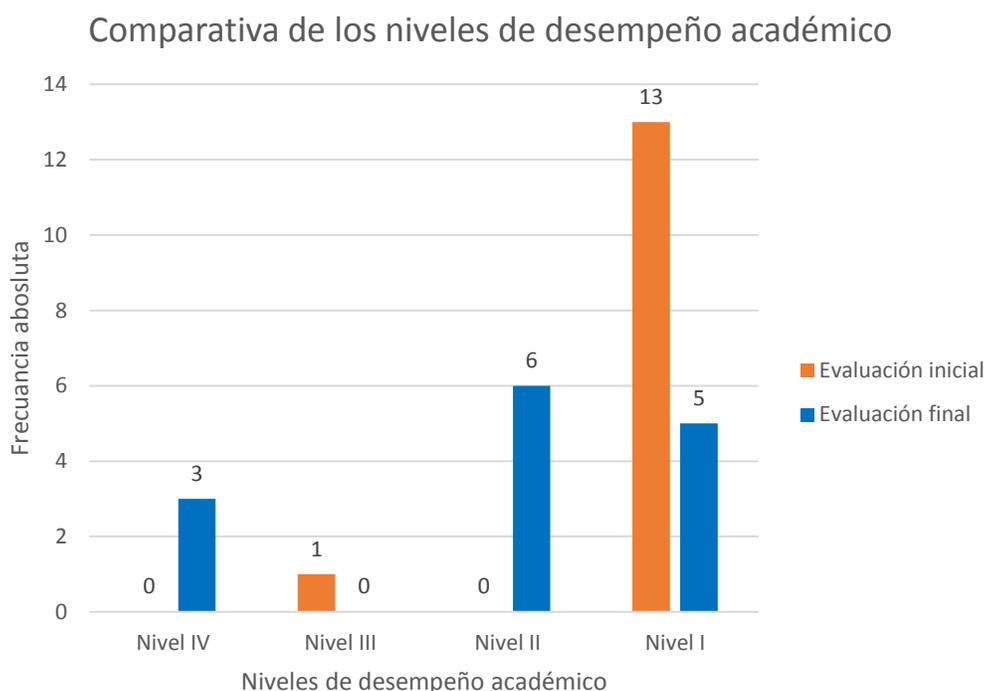


4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1. Resultados generales

El análisis de los resultados generales se central en función a la movilidad de los niveles de desempeño académico que tuvieron los estudiantes. Bajo este rubro, el punto de partida para el análisis es la evaluación inicial de diagnóstico que realizaron los estudiantes en la sesión 1, para comparar con los resultados obtenidos al finaliza el proceso de implementación del proyecto.

Los resultados por nivel de desempeño obtenido por los estudiantes se expresan en la Gráfica 2:



Gráfica 2. Comparación de los niveles de desempeño académico logrados por los estudiantes en la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

En ella, a groso modo se observan una mejora en el nivel de desempeño académico del grupo. Para poder observar la movilidad de los estudiantes analicemos la Tabla 2, que presenta dicha situación:



Tabla 2. *Movilidad en los niveles de desempeño académico de los estudiantes.*

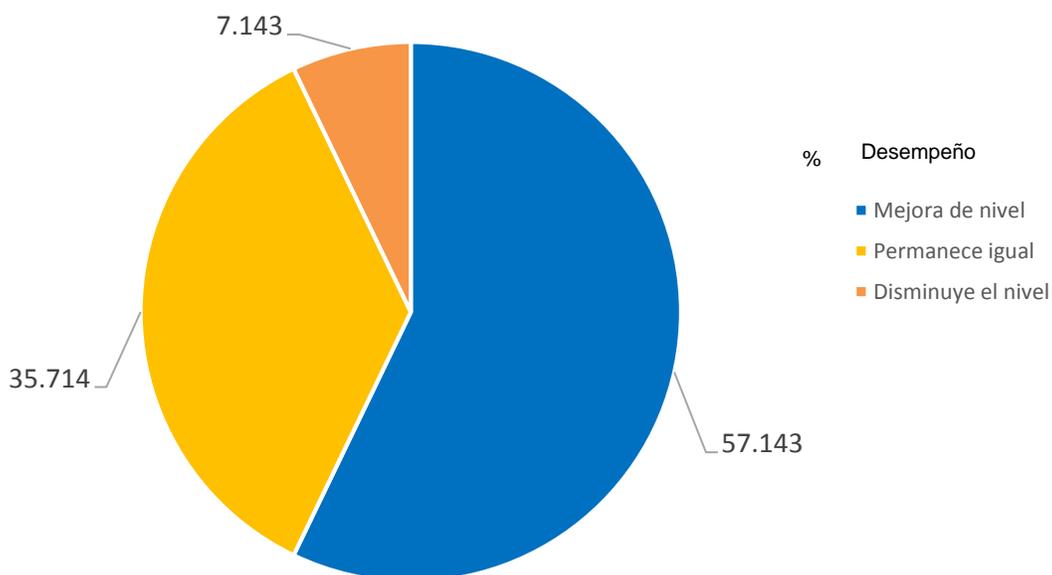
Se observa la movilidad en los niveles de desempeño de los estudiantes con respecto de la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento. Los niveles son relacionados con la evolución, estancamiento o retroceso de un nivel a otro a partir de los resultados contrastantes de los exámenes aplicados.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Movilidad en los niveles	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje (%)
Avanzó	8	0.571	57.143
Permaneció	5	0.357	35.714
Retrocedió	1	0.071	7.143
Total	14	1	100

A partir de la Tabla 2 se genera la Gráfica 3, en donde se aprecia el porcentaje de movilidad de los estudiantes.

Movilidad en los niveles de desempeño académico



Gráfica 3. Movilidad en los niveles de desempeño académico expresado en porcentaje.

Fuente: Análisis de la evaluación diagnóstica, participación en clase, evaluación final y observación en el aula de primer grado de secundaria del Colegio Regional México Americano.



Los resultados obtenidos en la evaluación de seguimiento en comparación con la evaluación inicial de diagnóstico, concluye que un 57.143% de los estudiantes mejoraron en el nivel académico. Tomando este eje de análisis se acepta la hipótesis del proyecto.

Los resultados y análisis de recolección de información, representadas en gráficas, así como el vaciado de información se encuentra en el Anexo 12.

La implementación de material didáctico innovador enmarcado en la metodología del enfoque de la resolución de problemas, y las representaciones semióticas en los temas de Álgebra y Geometría, ayudarán a mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano, sobre todo las que tienen que ver con la competencia de resolución de problemas.

4.2. Conclusiones

El uso de material didáctico puntual para trabajar en el aula y lograr aprendizajes significativos, sugiere que el punto de vista del docente debe modificarse, permitiéndole elegir el material adecuado para cada contenido de enseñanza, partiendo de la idea de estar convencido de la funcionalidad del material (Arrieta, 1998).

La integración del uso de material didáctico se concretó con el uso de distintas representaciones semióticas, éstas se pueden interpretar como una habilidad matemática de transición (Mendivil, Gómez & Castro, 2016), es decir, que se ha logrado en un corto tiempo que los estudiantes muestren avances en los niveles de desempeño, lo que permite afirmar que la hipótesis del proyecto es verdadera.

Los aportes en el campo de las matemáticas educativas que el proyecto arrojó, es la clasificación de los niveles de desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en los estudiantes, para poder entender cómo avanza el estudiante en cada uno de los procesos cognitivos que impactan en la interpretación conceptual y las estrategias propias de la habilidad de resolver problemas. La habilidad de argumentar resultados y de cálculo al resolver problemas marcan la diferencia en cuanto a los niveles de desempeño de los estudiantes.



En este sentido, una oportunidad de mejora del proyecto es trabajar más a detalle con la resolución de problemas matemáticos, para observar la evolución de los estudiantes, tratando de generalizar las posibles etapas o estadios de desarrollo del estudiante tocante habilidades matemáticas. Un área de oportunidad sería implementar este tipo de proyectos a largo plazo.

Los alcances del proyecto, así como están planteados, implican una mejora para un grupo muestra, sin embargo, el alcance real se podría determinar si se aplica a toda la institución. Esto arrojaría información que permitiría identificar qué tipo de estrategias de enseñanza requieren los diferentes grados escolares, y qué material didáctico se necesita diseñar para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes y así desarrollar en éstos, habilidades matemáticas como la resolución de problemas o la generalización de conceptos matemáticos.

Una de las limitantes del proyecto fue el no utilizar recursos didácticos electrónicos que estaría en sintonía con la forma en que los estudiantes consumen la información, por lo cual sería un enlace más cercano y personal para trabajar con las matemáticas.



Referencias bibliográficas

Fuentes de consulta básicas:

Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica*, (5), 107–114. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/41584563.pdf>

Castillo, S., & Cabrerizo, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid, España: Pearson.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. Recuperado de <https://cmappublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf>

Garzón, P. J. R. (2014). *Articulación de saberes matemáticos: representaciones semióticas y sentidos* (pp. 1-161). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. *Educación matemática*, 10(2), 23–45. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/10137/1/Visualizacion1998Hitt.pdf>

Lorenzato, S. (2015). *Para aprender matemáticas*. Autores Asociados (Editora Autores Asociados LTDA).

Martínez, S. B. (2015). *Método Pólya en la resolución de Problemas Matemáticos*. Quetzaltenango. Escaso Monitoreo y acompañamiento orientado al Desconocimiento del uso de estrategias. Recuperado de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>

Mendivil, P. T. G., Gómez, J. L. D., & Castro, J. R. V. (2016). El uso de manipulables para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales en la escuela secundaria.



EPISTEMUS, CIENCIA TECNOLOGÍA Y SALUD, (20), 55-61. Recuperado de <http://sahuarus.mat.uson.mx/index.php/epistemus/article/view/51/35>

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19-33. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo6.pdf>

Piñeiro, J. L., Pinto, E., & Díaz-Levicoy, D. (2015). ¿Qué es la resolución de problemas? *Revista Virtual Redipe*, 4(2), 6–14. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/6495/1/Pi%C3%B1eiro%2C_Pinto_y_D%C3%ADaz-Levicoy.pdf

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (15ª ed.). México, México: Trillas.

Rojas, H. L. (2015). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de http://revistas.ucv.edu.pe/index.php/R_PSI/article/download/339/227

Rojas Garzón, P. J. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las ciencias*, 33(1), 0151-165. Recuperado de https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2015v33n1/edlc_a2015v33n1p151.pdf

Sánchez, F. L. (2016). ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria. *Sophia: Colección de Filosofía de la Educación*, (21), 209-224. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5973046.pdf>

SEP. (2001). *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria* (2ª ed.). Recuperado de <https://www.uv.mx/personal/grihernandez/files/2011/04/libromaestro.pdf>

SEP. (2017a). APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL: *Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Ciudad de México, México: SEP.



SEP. (2017b). APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL: *Plan y programas de estudio para la educación básica*. Ciudad de México, México: SEP.

Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 73-94. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3597/1/Villarroel2011MaterialesNumeros78.pdf>

Fuentes de consulta complementarias:

Ávila, A. (2016). La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo. *Educación matemática*, 28(3), 31–59. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v28n3/1665-5826-ed-28-03-00031.pdf>

González, H. (1993). Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. *Educación matemática*, 5(01), 46-56. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9547/1/Criterio1993Gonzalez.pdf>

Gutiérrez, L., Martínez, E., & Nebreda, T. (2008). El currículo de Matemáticas de la Educación Obligatoria desde la perspectiva del trabajo por competencias. In Consejería de educación de Cantabria (Ed.), *Cuadernos de educación de Cantabria: Las competencias básicas en las áreas de las Matemáticas* (pp. 18–31). Recuperado de http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/2.curr%C3%ADculo%20por%20competencias.pdf

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). D.F, México: Mc Graw Hill.

INEE. (s.f.). ¿Cómo evaluar? Métodos de evaluación en el aula y estrategias para realizar una evaluación formativa. In INEE (Ed.), *Informes institucionales* (pp. 59–82). Recuperado de http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/D/410/P1D410_06E06.pdf

Khan Academy. (2019). 1º Secundaria: Empieza con lo básico. Recuperado 11 marzo, 2019, de <https://es.khanacademy.org/math/eb-1-secundaria>



Martínez, L. A. (2007, 16 abril). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. Recuperado 11 marzo, 2019, de <http://cort.as/-HONH>

Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. Revista Electrónica Educare, 15(1), 15–29. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/3683544.pdf>

Pole, K. (2009). Diseño de metodologías mixtas. Una revisión de las estrategias para combinar metodologías cuantitativas y cualitativas. Renglones, marzo-agosto (60), 37–42. Recuperado

Rico Romero, L. (2007). La competencia matemática en PISA. Recuperado de <http://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/4703/Rico2007La.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Rodrigues, F. C., & Gazire, E. S. (2012). Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão Reflections on use of material in school teaching of mathematics manipulable: trial of action to ponder. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 7(2), 187-196. Recuperado de <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460>

Rodríguez, C., Gallardo, M. A., Pozo, T., & Gutiérrez, J. (s.f.). Iniciación al análisis de datos cuantitativos en educación. Teoría y práctica mediante SPSS del análisis descriptivo básico. Recuperado de <https://www.ugr.es/~erivera/PaginaDocencia/Posgrado/Documentos/ClementeCuadernoDescriptiva.pdf>

Universidad Abierta y a Distancia de México. (2019). Guía del estudiante. Recuperado de https://unadmexico.blackboard.com/bbcswebdav/internal/courses/EM-EMADPC-1901-B1-001/announcements/_292140_1/EM_PT_etapa1_gu%C3%ADa%20del%20estudiante.pdf



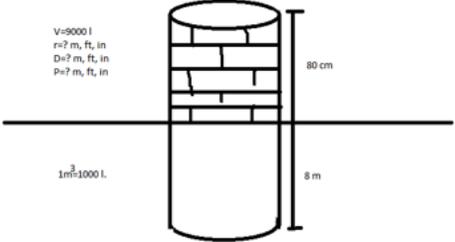
Anexos

Anexo 1.

Observación de una clase de matemáticas.

Grupo observado: 1°A de Nivel Secundaria. Total de alumnos: 22.

Fecha: 27 de febrero del 2019.

HORA	DESCRIPCIÓN	ARGUMENTACIÓN E INTERPRETACIÓN
7:00 A.M.	El docente dibuja y escribe en el pizarrón:	
	 <p> $V=9000 \text{ l}$ $r=? \text{ m, ft, in}$ $D=? \text{ m, ft, in}$ $P=? \text{ m, ft, in}$ </p> <p> $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$ </p>	<p>¿Cómo asegurar que todos los estudiantes entendieron el problema?</p>
7:17 A. M.	En el cuaderno algunos estudiantes anotan la fórmula para sacar el radio y el diámetro de una circunferencia y el volumen de un cilindro. Algunos alumnos parten de la fórmula del volumen del cilindro. El docente comenta que con el factor de conversión les tiene que salir. Alumnos tratan de resolver el problema en sus lugares y otros se paran a preguntar con el docente.	
7:25 A. M.	El docente en un lugar del salón explica brevemente que para sacar el radio lo primero que deben hacer es sacar la altura, un alumno dice en voz alta es 8.8 metros. El maestro les pregunta: ¿Qué otra medida se tiene? Los estudiantes responden que el volumen. Procede a convertir a metros cúbicos. Es decir, 9000 litros de agua son equivalentes a 9 m^3 y escribe la fórmula: $V = \pi r^2 h$. Cuestiona a los estudiantes: ¿Qué hay que despejar?	<p>¿Qué habilidad del docente se necesita para que esto no ocurra?</p>
7:43 A. M.	Solo algunos alumnos entienden que el radio, y que partir de ello encuentran los elementos faltantes. Esos alumnos van constantemente a preguntar al docente, se sientan y resuelven, terminan. Una gran mayoría se quedan en su lugar sin decir nada, en el cuaderno no tienen realizado ningún proceso. Algunos estudiantes tienen errores en el resultado a pesar del uso de la calculadora científica [...]	<p>¿Qué tipo de estrategias benefician para que todos los estudiantes comprendan un problema? ¿Entienden el planteamiento del problema? ¿Qué se debe hacer?</p>

Anexo 2

Evaluación diagnóstica de matemáticas.

NOMBRE: _____ GDO. Y GPO.: _____

❖ Lee detenidamente cada apartado y resuelve. Si necesita más espacio utilice el reverso de la hoja.

✓ En el siguiente cuadro completa los datos faltantes. En la fracción puedes usar fracción mixta o impropia (50%).

Número	Fracción
3.81	
	$\frac{3}{4}$
	$\frac{1}{5}$
0.1019	
	$\frac{4}{8}$
	$\frac{1}{10}$
$0.\bar{3}$	
4.25	

✓ Resuelve el siguiente problema. Para resolverlo puedes utilizar cualquier estrategia. Explica brevemente lo que hiciste (30%).

El cabello de Heidi medía $\frac{2}{3}$ de metro de largo. Su abuelo le cortó $\frac{1}{6}$ de metro.

¿Qué tan largo es el cabello de Heidi ahora?

Procedimiento	Solución

✓ Realiza las siguientes divisiones (20%).

- a) $\frac{9815}{65}$
- b) $\frac{7182}{42}$



Anexo 4.

Instrumentos de recolección de datos.

Los instrumentos para recolectar datos son una evaluación inicial de diagnóstico, una entrevista, una guía de observación sistematizada y una evaluación final de seguimiento:

Anexo 4.1.

Evaluación inicial de diagnóstico

Objetivo: Identificar las dificultades y necesidades en matemáticas de los alumnos de primer grado de secundaria.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS

Nombre del alumno: _____

Instrucciones: Lee detenidamente cada problema antes de iniciar. Puedes utilizar un dibujo, una gráfica, un esquema u otros materiales que tengas al alcance para resolver cada problema. Incluye tu procedimiento de solución dentro de la hoja.

Problema 1: Jaime tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Jaime?

Problema 2: Un terreno tiene forma de cuadrado, el área del terrero es de $25m^2$. ¿Cuánto medirá el perímetro del cuadrado?

Problema 3: Francis recibió de regalo de cumpleaños la cantidad de \$500, gastó $\frac{1}{3}$ en golosinas y $\frac{1}{9}$ en estampas. ¿Cuánto dinero le quedó a Francis?

Problema 4: Una ventana con forma de rectángulo mide 8 metros de base y tiene un área de $56m^2$, ¿Cuánto mide de altura la ventana?

Problema 5: En una fonda venden comida corrida, te ofrecen 4 opciones de sopas, 3 opciones de plato fuerte, 6 opciones de aguas frescas y 2 de postres. Determina cuántas combinaciones diferentes se pueden realizar con las opciones del menú.

Anexo 4.2.

Entrevista

GUÍA DE ENTREVISTA

Objetivo: Rescatar ideas relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje como complemento de una prueba estandarizada (examen).

Nombre del entrevistado (a):	
Puesto:	
Institución:	
Fecha de entrevista:	
Inicio	
Pregunta 1. ¿Cómo te pareció el examen? ¿Por qué?	
Respuesta	
Pregunta 2. ¿Qué problema se te dificultó más? Explica.	
Respuesta	
Pregunta 3. ¿Cómo describirías tu desempeño en la asignatura de matemáticas? ¿A qué se debe?	
Respuesta	
Desarrollo	
Pregunta 1. ¿Cómo utilizar las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana? Explica cómo entendiste el problema número 1.	
Respuesta	
Pregunta 2. ¿Qué necesitas hacer para mejorar en matemáticas?	
Respuesta	
Cierre	
Pregunta 1. ¿Crees que todos pueden aprender matemáticas? ¿Por qué?	
Respuesta	
Pregunta 2. ¿Qué necesitas para aprender matemáticas?	

Anexo 4.3.

Observación sistemática

Guía de observación en el aula

Objetivo: Identificar elementos cualitativos del proceso de enseñanza-aprendizaje que en un examen no se pueden rescatar. Rescatar ideas, dificultades y dudas de los estudiantes al aplicar las estrategias utilizando material didáctico innovador.

Instrucciones: La observación de clase se realizará tomando en cuenta los siguientes aspectos en el proceso de enseñanza-aprendizaje: dudas, ideas, argumentos, preguntas, explicaciones, interacción, manipulación de material didáctico, interés y motivación. Se realizará en tres momentos importantes, al presentar el problema, al plantear estrategias de solución y al argumentar resultados.

Fecha:	Hora de inicio:	Hora de término:
Lugar:		
Población observada:		
Nombre del profesor:		
Número de integrantes de grupo de secundaria:		
Describe el ambiente en el que se desarrolla la observación:		
Nombre del observador:		

Aspectos para observar	SI	NO	Observaciones
Dudas			
Ideas			
Argumentos			
Preguntas			
Explicaciones			
Interacción			
Manipulación del material didáctico			
Interés			
Motivación			

El registro de la observación sistemática será en un diario de campo cada 15 minutos o cuando ocurra una situación relevante, si es posible se videograbará las sesiones para registrar posteriormente de una forma más detallada. El formato para utilizar es el siguiente:

Hora	Descripción	Interpretación



Anexo 4.4.

Evaluación final

PRUEBA ESTANDARIZADA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

Objetivo: Realizar un comparativo de las habilidades matemáticas y/o competencias matemáticas que poseían los estudiantes antes de aplicar el proyecto, y las que pudieron desarrollar o adquirir después del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Instrucciones: Lee detenidamente cada planteamiento y resuelve según tu criterio.

BICICLETAS

Pablo, Sara y Pedro montan en bicicletas de tamaños diferentes. La tabla siguiente muestra la distancia recorrida por sus bicicletas por cada vuelta completa de las ruedas

	Distancia recorrida en cm					
	1 vuelta	2 vueltas	3 vueltas	4 vueltas	5 vueltas	6 vueltas
Pedro	96	192	288	384	480	...
Sara	160	320	480	640	800	...
Pablo	190	380	570	760	950	...

Pregunta 1

M810Q01

Pedro impulsó su bici para que las ruedas girasen tres vueltas completas. Si Pablo hiciera lo mismo con la suya, ¿cuántos centímetros más recorrería la bici de Pablo que la de Pedro?

Respuesta: cm.

Pregunta 2

M810Q02

Para que la bici de Sara recorra 1.280 cm, ¿cuántas vueltas tienen que dar sus ruedas?

Respuesta: vueltas.

Pregunta 3

M810Q03 - 00 11 12 21 99

La circunferencia de la rueda de la bicicleta de Pedro mide 96 cm (ó 0,96 m). Es una bicicleta de tres marchas con un piñón pequeño, uno mediano y uno grande. Las relaciones de transmisión de la bicicleta de Pedro son:

Piñón pequeño 3:1 Piñón mediano 6:5 Piñón grande 1:2

¿Cuántas vueltas de pedal tendría que dar Pedro para recorrer 960 m con el piñón mediano? Escribe tus cálculos.

NOTA: Una relación de transmisión de 3:1 significa que por cada 3 vueltas completas del pedal, cada rueda da 1 vuelta completa.

Fuente: <http://educalab.es/documents/10180/425912/bicicletas1.pdf/ff9e479c-8aca-433e-9374-d3661dbb4d6d>

Anexo 5.

Manipulable para ecuaciones de primer grado y lenguaje matemático.

Material didáctico No. 1: Manipulable para ecuaciones de primer grado y lenguaje matemático.

Objetivos

Que los alumnos:

- ✓ Representen con material concreto y manipulable situaciones problemáticas de ecuaciones de primer grado en las áreas de álgebra y geometría.
- ✓ Adquiera nociones del la representación algebraica como lenguaje matemático a partir de un material didáctico tangible.
- ✓ Transite de una representación matemática a otra para desarrollar habilidades por medio de resolución de problemas empleando ecuaciones de primer grado.
- ✓ Continúen desarrollado competencias matemática en la transición de la educación primaria a la secundaria.

Secuencia didáctica

1. Familiarización con el material. Se representará con el material didáctico situaciones básicas del lenguaje matemática. Por ejemplo se pedirá que representen:
 - Un número cualquiera.
 - El doble de un número cualquiera.
 - Un número cualquiera mas el triple de ese mismo número.
2. Resolución de problemas. Los estudiantes utilizarán el material didáctico para solucionar problemas contextualizados sobre ecuaciones de primer grado, con el enfoque de la metodología de resolución de problemas de Polya.
3. Representación matemática. Después de resolver el problema, los alumnos dibujarán en hojas blancas los procesos realizados, explicando y argumentado sus respuestas. Después se transitará de la representación con el material didáctico a la representación algebraica.
4. Problemización de la realidad. A partir de situaciones contextuales, los estudiantes inventarán un problema que se resuelva utilizando lenguaje algebraico propio de las ecuaciones de primer grado. Argumentarán sus respuestas.

Tiempos

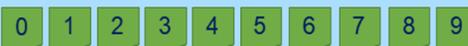
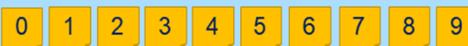
1. Familiarización con el material: 10 horas.
2. Resolución de problemas: 20 horas.
3. Representación matemática: 10 horas.
4. Problemización de la realidad: 10 horas.

Descripción del material

Cada estudiante tendrá un juego del material que se describe a continuación:



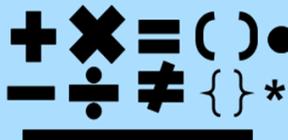
Recipientes huecos que representen la incógnita.



Varios juegos de números.



Bolitas que representan la unidad.



Símbolos

Ejemplos

1. Representa el doble de un número cualesquiera mas el triple producto del mismo número menos siete.

$$2x + 3(x - 7)$$

2. Un rectángulo tiene de base 4 unidades y el área es de 20 unidades cuadradas. ¿Cuál será la altura del rectángulo?

$$4 \times x = 20$$

Anexo 6.

Listado del lenguaje algebraico.

N/P	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera	x
2	La mitad de un número cualquiera	$\frac{x}{2}$
3	Multiplicar un número cualquiera por 2	$2x$
4	La suma de dos números cualquiera	$x + y$
5	El doble de un número cualquiera	$2x$
6	El triple de un número cualquiera	$3x$
7	La tercera parte de un número cualquiera	$\frac{x}{3}$
8	El cuadrado de un número cualquiera	x^2
9	La suma de dos números cualquiera elevado al cuadrado	$(x + y)^2$
10	El doble de la suma de dos números cualquiera	$2(x + y)$
11	El triple de la diferencia de dos números cualquiera	$3(x - y)$
12	La suma de tres números cualquiera	$x + y + z$
13	La suma de cuadrado de dos números cualquiera	$x^2 + y^2$
14	La sucesión de un número es	$x + 1$
15	El antecesor de un número es	$x - 1$
16	Un número cualquiera que sumado con su doble nos de 60	$x + 2x = 60$
17	El cubo de un número cualquiera	x^3
18	La diferencia de dos números cualquiera	$x - y$
19	El producto de dos números cualquiera	$x \cdot y$
20	El cociente de dos números cualquiera	$\frac{x}{y}$
21	El triple del cuadrado de un número cualquiera	$3x^2$
22	El cociente entre un número cualquiera y su mitad	$\frac{x}{\frac{x}{2}}$
23	Un número cualquiera aumentado en 10	$x + 10$
24	La raíz cuadrada de un número cualquiera	\sqrt{x}

Anexo 7.

Memorama de lenguaje algebraico.

Un número cualquiera	La suma de dos números cualquiera	La tercera parte de un número cualquiera
La mitad de un número cualquiera	El doble de un número cualquiera	El cuadrado de un número cualquiera
Multiplicar un número cualquiera por 2	El triple de un número cualquiera	La suma de dos números cualquiera elevado al cuadrado
El doble de la suma de dos números cualquiera	La suma de cuadrado de dos números cualquiera	Un número cualquiera que sumado con su doble nos de 60
El triple de la diferencia de dos números cualquiera	La sucesión de un número es	El cubo de un número cualquiera
La suma de tres números cualquiera	El antecesor de un número es	La diferencia de dos números cualquiera
El producto de dos números cualquiera	El cociente entre un número cualquiera y su mitad	
El cociente de dos números cualquiera	Un número cualquiera aumentado en 10	
El triple del cuadrado de un número cualquiera	La raíz cuadrada de un número cualquiera	



x	$x + y$	$\frac{x}{3}$
$\frac{x}{2}$	$2x$	x^2
$2x$	$3x$	$(x + y)^2$
$2(x + y)$	$x^2 + y^2$	$x + 2x = 60$
$3(x - y)$	$x + 1$	x^3
$x + y + z$	$x - 1$	$x - y$
$x \cdot y$	$\frac{x}{\frac{x}{2}}$	
$\frac{x}{y}$	$x + 10$	
$3x^2$	\sqrt{x}	

Anexo 8.

Problemas.

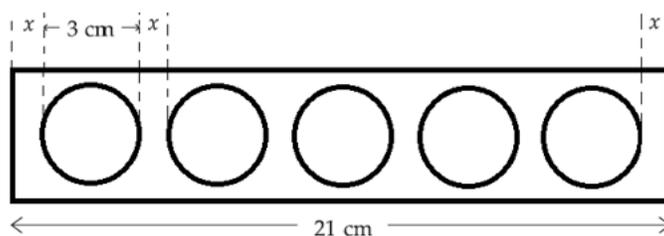
Instrucciones: Resuelve cada problema utilizando lenguaje algebraico, te puedes apoyar del material concreto proporcionado.

Problema 1. La suma de las edades de Karla y Felipe es de 20 años, Karla tiene 4 años más que Carlos. Hallar ambas edades.

Problema 2. El ventanal de un hotel tiene forma de un rectángulo y su área es de 40 m^2 , si la base del rectángulo mide 8 metros ¿cuánto medirá la altura del rectángulo?

Problema 3. Al triple de un número le restamos 16 y se obtiene 20, ¿cuál es ese número?

Problema 4: Jesús, carpintero de oficio creará una tabla con 5 agujeros iguales, los cuales servirán para colocar frascos con especies. Quiere que los espacios entre los círculos midan exactamente lo mismo, observa la imagen con las medidas de la tabla y ubicación de los agujeros.



¿Cómo puedes ayudar a Don Jesús?

Problema 5. El número de mesas en un salón de clases es el doble del número de sillas más 6, si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas. ¿Cuántas mesas y sillas hay?



Anexo 9.
Lotería de lenguaje algebraico.

x^3	$x \cdot y$	$x^2 + y^2$	$x - 1$	$2x$	$\frac{x}{3}$
$x - y$	$\frac{x}{y}$	$x + 1$	$x + 2x = 60$	$3x$	x^2
$(x + y)^2$	$3(x - y)$	x	$2x$	$3x^2$	$x + 10$
$2(x + y)$	$x + y + z$	$\frac{x}{2}$	$x + y$	$\frac{x}{\frac{x}{2}}$	\sqrt{x}



Anexo 10. Actividades de cierre.

1. Juego de cálculo mental (equipos de 3 integrantes).
2. Juego "Memorama de lenguaje algebraico" (equipos de 5 integrantes).
3. Resolución de problemas usando únicamente el material manipulable.
 - a. Encontrar el número que cumple que la suma de su doble y de su triple es igual a 100.
 - b. Si el doble de un número más 28 es igual a 82, ¿qué número es?
 - c. Si el perímetro de un cuadrado es 24 cm, ¿cuánto miden sus lados?



4. Juego "Lotería de lenguaje algebraico" (equipos de 2 integrantes).
5. Actividad de jerarquía de operaciones (individual).
 - a. Debes colocar los cuatro signos matemáticos de dividir, multiplicar, sumar, restar y paréntesis para obtener el resultado indicado.

6		2		5		1		7	=	49
---	--	---	--	---	--	---	--	---	---	----

Anexo 11.

Invencción de problemas durante la sesión 4 de la implementación del proyecto terminal.

Fuente: Problemas inventados por los estudiantes durante la sesión 4.

No.	Problema	Autor del problema	Alumno que lo resolvió	Manejo del lenguaje algebraico al diseñar el problema	Manejo de ecuaciones de primer grado al resolver el problema	Se pudo resolver
1	Felipe y Carlos suman 50. Carlos tiene 5 años más que Felipe, ¿cuántos años tienen los dos?	No anotó su nombre	Agustín	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $x+5+x=50$, $x=5-50=45$	No
2	El doble de un número es 30. ¿Qué es ese número?	Alain	Ana Karem	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $2x=30$, $x=30/2$, $x=15$	Sí
3	Si el área del terreno de Oliver es de forma triangular y mide $80m^2$. Si su altura es de 40m, ¿cuánto mide su base?	Abel	No anotó su nombre	Uso de la fórmula del área del triángulo para formular el problema.	Sí. $A=(b*h)/2$	No
4	El cuadrado tiene de área 40, ¿cuánto mide de lado?	No anotó su nombre	Carlos	Manejo de la formula del área del cuadrado.	Sí. $A=l^2$, $40=l^2$, $l=raíz cuadrada (40)$	No
5	Si multiplicamos un número por 5 y le restamos 20 y te da 20...	Gabriel Romero	Luis	Manejo del lenguaje algebraico.	No usó ecuaciones. $5*8=40$, $40-20=20$	No
6	El profesor Jaime dejó a sus alumnos realizar esta operación $b*h=81$ [dibuja un cuadrado poniendo 9 en la base y h en el otro lado del cuadrado].	Rebecca	No anotó su nombre	Uso de la fórmula para calcular el área de los cuadriláteros.	Sí. $b*9=81$, $b=81/9$, $b=9$.	Sí
7	El triple de un número cualquiera que sumado le de 80, ¿cuál es el número faltante?	No anotó su nombre	Gabriel Pérez	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $3*x+20=80$, $3*20*20=80$.	No
8	Si las edades de Alex y Frida sumadas dan 50, pero si Frida es 4 años mayor que Alex, ¿cuál es la edad de Alex y Frida?	Elany	Alain	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $X+x=50$, $22+x=50$, $22+26=50$.	No
9	Si el cuádruple de un número da 1000004, ¿qué número es?	Gabriel Pérez	Alesi	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $4x=10000004$, $x=10000004/4$, $x=20000001$.	No
10	Si el triple de un número es 30. ¿cuál es ese número?	No anotó su nombre	Agustín	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $3x-10=20$, $R=10$	Sí
11	Si el triple de un número le restamos 11800 y da 9757, ¿cuál es el número?	Oliver	Rebecca	Manejo del lenguaje algebraico.	Sí. $3x-11800=9757+11800=21550$, $x=7183.2222$.	Aproximación
12	Juan es un vendedor de manzanas, cada día tiene 198 manzanas, vende muchas manzanas y al final del día sobran 58 manzanas, ¿cuántas manzanas se vendieron?	Alain	No anotó su nombre	Problema aritmético.	Sí. $198-58=x$, $x=198-58$, $x=140$.	Sí
13	El cuádruple de un número se le resta ocho y da 24, ¿cuál es ese número?	Alesi	No anotó su nombre	Manejo del lenguaje algebraico	Sí. $4x-8=24$, $4x=24+8$, $4x=32$, $x=32/4$	No
14	A Paco le suma 35 el triple de 6 y le dio 53, ¿cuál es el triple? Sácalo.	David	Alejandro	Manejo de lenguaje algebraico de forma incompleta.	No. 18. El problema indica calcular el triple de 6.	Sí

Anexo 12.

Resultados y análisis de recolección de información.

Nivel	Definición	Dominio	Calificación
IV	<ul style="list-style-type: none"> Indica dominio sobresaliente de los Aprendizajes esperados. Demuestra los conocimientos, habilidades, actitudes y valores requeridos con un alto grado de efectividad. 	Sobresaliente	10 Aprobatoria
III	<ul style="list-style-type: none"> Indica dominio satisfactorio de los Aprendizajes esperados. Refleja los conocimientos, habilidades y valores requeridos con efectividad. 	Satisfactorio	9 y 8 Aprobatoria
II	<ul style="list-style-type: none"> Indica dominio básico de los Aprendizajes esperados. Presenta dificultades para demostrar los conocimientos, habilidades, actitudes y valores requeridos. 	Básico	7 y 6 Aprobatoria
I	<ul style="list-style-type: none"> Refleja los Aprendizajes esperados insuficientes del tema. Presenta carencias fundamentales en los conocimientos, habilidades, actitudes y valores requeridos. 	Insuficiente	5 Reprobatoria

En la etapa 1 y 2 del Proyecto Terminal: “Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores”, se diseñaron los siguientes instrumentos de recolección de datos:

- Evaluación inicial (prueba de diagnóstico).
- Entrevista.
- Guía de observación sistematizada.
- Evaluación final (prueba de seguimiento).

A partir de los resultados de la evaluación inicial y final se realizó un análisis estadístico descriptivo para datos agrupados, con la finalidad de contrastar el desempeño académico de los estudiantes. En la Tabla 1 se muestran los criterios de evaluación utilizados en los resultados de los dos exámenes aplicados en aula. Los criterios de evaluación están en correspondencia con la metodología de evaluación del proyecto, es decir, una evaluación por niveles de desempeño académico (Gutiérrez, Martínez & Nebreda, 2008).

Tabla 1. *Definición de los niveles de desempeño para los resultados de la evaluación inicial y final del Proyecto Terminal.*

Muestra los requerimientos contemplados para evaluar el nivel de desempeño de los aprendizajes clave de los estudiantes.

Fuente:

https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/evaluacion/pdf/conceptos/Concepto_nivel_desempenio.pdf



Los datos del tipo cualitativo arrojados por la entrevista y la guía de observación sistematizada se condensaron en matrices para un mejor análisis de la información.

Los instrumentos de recolección de datos se organizaron en el siguiente orden:

- A. Resultados de la evaluación inicial.
- B. Resultados de la evaluación final.
- C. Comparativa de los resultados de la evaluación inicial y final.
- D. Resultados de la entrevista.
- E. Resultados de la guía de observación en el aula.
- F. Conclusiones.

A. Resultados de la evaluación inicial.

Los resultados de la evaluación inicial se organizaron en la Tabla 3, en ella se puede observar distintas variables, donde destaca la calificación obtenida por los estudiantes y el nivel de desempeño alcanzado.

En ese sentido, también se presentan los datos con relación a los problemas de las pruebas y las variables: respuesta correcta, respuesta parcial y respuesta incorrecta. La finalidad de observar es la de identificar cuáles son los problemas que se le complicaron o facilitaron al estudiante, y para la evaluación del aprendizaje se aplicaron los criterios que aparecen en la Tabla 2.

Tabla 2. *Clasificación de las consideraciones para evaluar la prueba inicial y final, de acuerdo con el tipo de respuesta dada por el estudiante en cada problema planteado.*

Contiene los criterios para la prueba de diagnóstico resuelto por los estudiantes al inicio de la implementación del Proyecto Terminal y la prueba de seguimiento que se aplicó al finalizar la implementación del Proyecto Terminal.

Fuente: <https://slideplayer.es/slide/3970313/>

Tipo de respuesta	Criterios de evaluación
Correcta	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica un método totalmente correcto. Se debe tener en cuenta que la respuesta correcta, incluso cuando no se escribe el procedimiento de solución es totalmente válido y debe concederse la máxima puntuación.
Parcial	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza un método correcto, pero existen errores de cálculo o cálculo incompleto. Se considera las aproximaciones a las representaciones de ecuaciones de primer grado.
Incorrecta	<ul style="list-style-type: none"> • Respuesta errónea, o sin respuesta.



Tabla 3. *Resultados de la evaluación de diagnóstico.*

En la tabla los resultados se expresan en calificación numérica y por nivel de desempeño académico, además se incluye un análisis de los resultados por reactivo (problemas planteados).

Fuente: Prueba inicial de diagnóstico con reactivos de matemáticas de nivel de secundaria de respuesta abierta.

N	Nombre	Calificación	Nivel de desempeño				Problema 1			Problema 2			
			Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel IV	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	
1	Delfín López Luis Ernesto Hernández	2	1				1					1	
2	Salazar Ana Karem	2	1				1					1	
3	Medina Muñoz Carlos Alexander	2	1				1					1	
4	Meza Morales Alain Tenoch	2	1				1					1	
5	Torres López Agustín	2	1				1					1	
6	Banda de la Torre Oliver Jesús	3	1				1					1	
7	Castro Gallegos Gabriel	3	1				1					1	
8	González Herrera Rebecca	3	1				1					1	
9	Ferrer Cuenca Elany Patricia	4	1				1					1	
10	Romero García Alesi	4	1				1					1	
11	Basilio Alejandro Yamil	5	1				1					1	
12	Pérez Ferrer Gabriel	5	1				1					1	
13	Salamanca Ortiz David Yael	5	1				1					1	
14	Alvarado García Abel	8			1		1					1	
Total			13	0	1	0	14	0	0	0	0	0	14

Problema 3			Problema 4			Problema 5		
Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta
		1			1			1
		1			1			1
		1			1			1
		1			1			1
		1			1			1
	1				1			1
	1				1			1
	1				1			1
		1			1			1
		1			1	1		
	1		1					1
	1		1					1
	1		1					1
1			1			1		
1	6	7	4	0	10	2	0	12



A partir de las variables calificación y niveles de desempeño de la Tabla 3, se clasifican y agrupan los resultados en la Tabla 4. En ésta se observan diferencias en las columnas de frecuencia absoluta y frecuencia relativa porcentual, dichas columnas son importantes porque servirán para construir gráficas que reflejarán los avances de los estudiantes.

Tabla 4. Resultados de la evaluación de diagnóstico.

En la siguiente tabla se agrupan los resultados de la prueba inicial por niveles de desempeño académico.

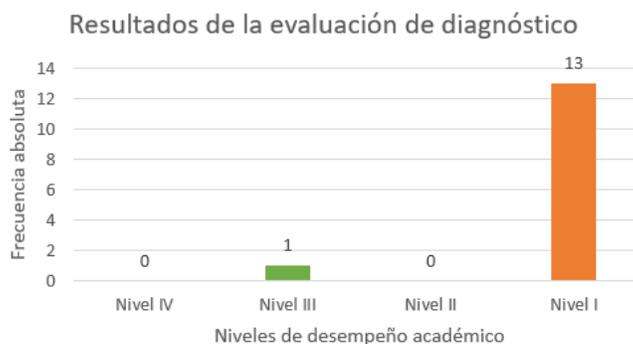
Fuente: Prueba inicial de diagnóstico con reactivos de matemáticas de nivel de secundaria de respuesta abierta.

Nivel	Calificación	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia relativa porcentual (%)	Frecuencia relativa porcentual acumulada (%)
IV	10	0	0	0	0	0	0
III	9 y 8	1	1	0.071	0.071	7.143	7.143
II	7 y 6	0	1	0	0.071	0	7.143
I	5	13	14	0.929	1	92.857	100

Se puede observar que 13 estudiantes se encuentran en el Nivel I de desempeño académico, es decir, corresponde al 92.857% del total de estudiantes.

Un solo estudiante se encuentra en el Nivel III de desempeño académico, que es el 7.143% de la población de primer grado.

A partir de la Tabla 4 se construye la Gráfica 1. En el eje x se muestran los niveles de desempeño académico, y en el eje de las y se representa la frecuencia absoluta.



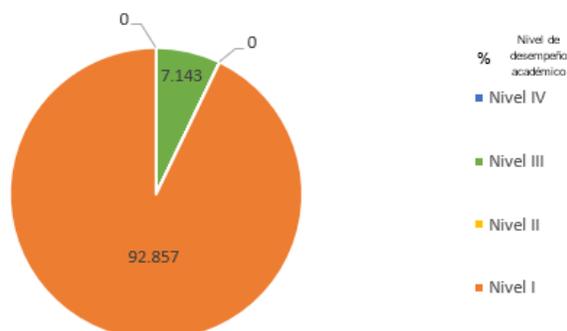
Gráfica 1. Resultados de la evaluación de diagnóstico expresado por niveles de desempeño.

Fuente: Prueba inicial de diagnóstico.

La mayoría de los estudiantes se encuentran en el Nivel I de desempeño académico, tienen un dominio insuficiente (Tabla 1). Esta situación se aprecia mejor en la Gráfica 2 (expresada en porcentaje).



Resultado de la evaluación de diagnóstico



Gráfica 2. Resultado de la evaluación de diagnóstico.

Fuente: Prueba inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

La Gráfica 2 muestra los porcentajes de estudiantes en cada nivel. El 92.857% está en el Nivel I y el 7.143% en el Nivel III.

En otro orden de ideas, tomando en cuenta las calificaciones obtenidas en la evaluación inicial (Tabla 3), se calcularon tres medidas de tendencia central, la media aritmética, la mediana y la moda, (Tabla 5). Las medidas de tendencia central se calcularon con la finalidad de sintetizar las calificaciones obtenidas en la prueba inicial en un único valor que representara el desempeño académico del grupo como un todo, para luego realizar una comparación con los resultados obtenidos en la evaluación final.

Tabla 5. Medidas de tendencia central de las calificaciones obtenidas en la evaluación inicial.

En la tabla se muestran las medias de tendencia central más importantes que se obtuvieron a partir de la calificación numérica que obtuvo cada estudiante en la evaluación de diagnóstico.

Fuente: Prueba inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Medidas de tendencia central	Resultado
Media aritmética	3.571
Mediana	3
Moda	2



La media aritmética de las calificaciones obtenidas en la evaluación inicial es de 3.571, la mediana presenta un valor de 3 y la moda es de 2. Los resultados expuestos en la Tabla 5 demuestran el bajo nivel de desempeño de los estudiantes al resolver la prueba inicial.

Por otro lado, con el objetivo de apreciar la recurrencia de errores y aciertos en la evaluación inicial, se retoman las variables respuesta correcta, respuesta parcial y respuesta incorrecta de cada problema planteado (Tabla 3). En las Tablas 6, 7, 8, 9 y 10 se ordenan los resultados del tipo de respuesta según el número del problema. Los problemas de la prueba inicial tienen un valor numérico de 2 puntos, están bajo la misma jerarquía, analizándose por orden de aparición en dicha prueba.

Tabla 6. *Tipo de respuesta en el problema 1 de la evaluación inicial de diagnóstico.*

Los resultados por cada problema de la prueba inicial se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	14
Parcial	0
Incorrecta	0
Total	14

Tabla 7. *Tipo de respuesta en el problema 2 de la evaluación inicial de diagnóstico.*

Los resultados por cada problema de la prueba inicial se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	0
Parcial	0
Incorrecta	14
Total	14

Tabla 8. *Tipo de respuesta en el problema 3 de la evaluación inicial de diagnóstico.*

Los resultados por cada problema de la prueba inicial se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.



Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	1
Parcial	6
Incorrecta	7
Total	14

Tabla 9. *Tipo de respuesta en el problema 4 de la evaluación inicial de diagnóstico.*
 Los resultados por cada problema de la prueba inicial se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	4
Parcial	0
Incorrecta	10
Total	14

Tabla 10. *Tipo de respuesta en el problema 5 de la evaluación inicial de diagnóstico.*
 Los resultados por cada problema de la prueba inicial se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

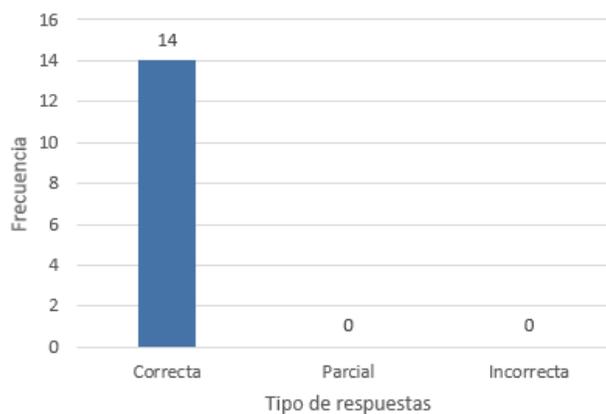
Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	2
Parcial	0
Incorrecta	12
Total	14

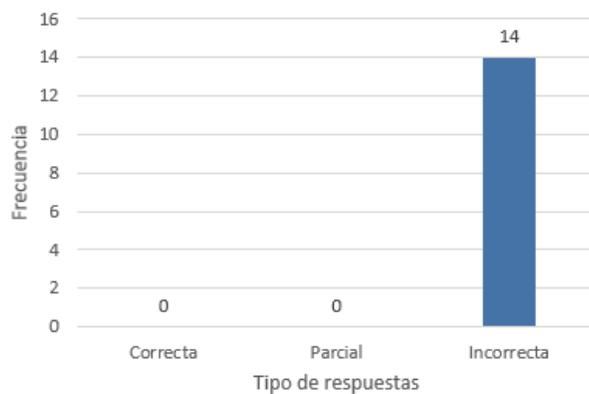
Con las tablas anteriores (Tablas 6, 7, 8, 9 y 10) se construyeron las Gráficas 3, 4, 5, 6 y 7. En ellas el eje de las x representa los tipos de respuesta, y en el eje de las y está señalada la frecuencia.



Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 1 de la evaluación de diagnóstico

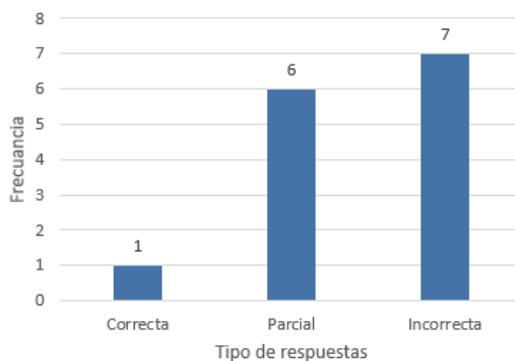


Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 2 de la evaluación de diagnóstico

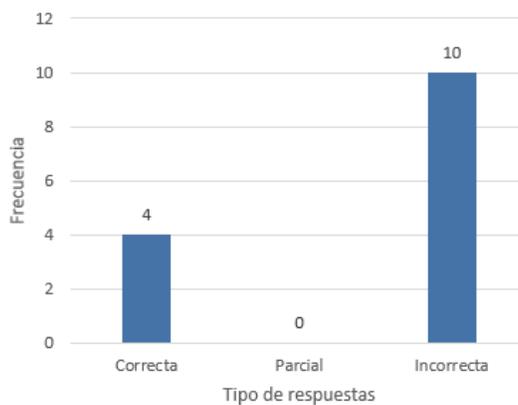


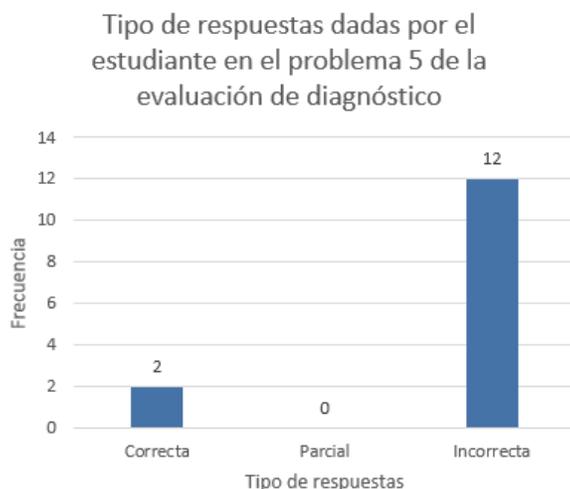


Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 3 de la evaluación de diagnóstico



Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 4 de la evaluación de diagnóstico





Gráfica 3-7. Tipología de respuestas por reactivo de matemáticas de nivel de secundaria en la evaluación de diagnóstico.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

En el problema 1 todos los estudiantes respondieron de manera correcta (Gráfica 3), en contraste, en el problema 2 todos respondieron incorrectamente (Gráfica 4).

En el problema 3, únicamente un estudiante respondió correctamente, 6 lo hicieron de manera parcial y 7 de forma incorrecta (Gráfica 5).

Por último, en el problema 4, 4 estudiantes lograron la respuesta correcta y 10 tuvieron una respuesta incorrecta (Gráfica 6). En el problema 5, se aprecia algo similar, 2 respondieron correctamente y 12 incorrectamente (Gráfica 7).

Claramente se puede apreciar una tendencia general de respuestas incorrectas, con una minoría de estudiantes respondiendo correctamente o de forma parcial. Se refuerza la idea que el grupo presenta un bajo nivel de desempeño académico.

Si observamos la Gráfica 1, la Tabla 5 y las Gráficas de la 3 a la 7, se puede concluir que el resultado de la evaluación inicial aplicado a los estudiantes de primero de secundaria los sitúa en el Nivel I de desempeño académico, con un dominio insuficiente



(Tabla 1).

B. Resultados de la evaluación final.

Los resultados de la evaluación final se organizaron en la Tabla 11, en ella se puede observar distintas variables, donde destacan la calificación obtenida por los estudiantes y el nivel de desempeño alcanzado.

En ese sentido, también se presentan los datos con relación a los problemas la prueba y las variables respuesta correcta, respuesta parcial y respuesta incorrecta, todo con la finalidad de observar los problemas que se le complicaron o facilitaron al estudiante. Para esta clasificación se tomaron las siguientes consideraciones de evaluación:

Tabla 2. *Clasificación de las consideraciones para evaluar la prueba inicial y final, de acuerdo con el tipo de respuesta dada por el estudiante en cada problema planteado.* Contiene los criterios para evaluar la prueba de diagnóstico resuelto por los alumnos al inicio de la implementación del Proyecto Terminal y la evaluación de seguimiento que se aplicó al finalizar la implementación del Proyecto Terminal.

Fuente: <https://slideplayer.es/slide/3970313/>

Tipo de respuesta	Criterios de evaluación
Correcta	<ul style="list-style-type: none"> Aplica un método totalmente correcto. Se debe tener en cuenta que la respuesta correcta, incluso cuando no se escribe el procedimiento de solución es totalmente válido y debe concederse la máxima puntuación.
Parcial	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza un método correcto, pero existen errores de cálculo o cálculo incompleto. Se considera las aproximaciones a las representaciones de ecuaciones de primer grado.
Incorrecta	<ul style="list-style-type: none"> Respuesta errónea, o sin respuesta.

Tabla 11. *Resultados de la evaluación de seguimiento.*

En la tabla los resultados se expresan en calificación numérica y por nivel de desempeño académico, además se incluye un análisis de los resultados por reactivo (problemas planteados).

Fuente: Evaluación final de seguimiento con reactivos de matemáticas de nivel de secundaria de respuesta abierta.

N	Nombre	Calificación	Nivel de desempeño				Respuesta correcta	Problema 1			Problema 2			Problema 3	
			Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel IV		Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta parcial	Respuesta incorrecta
1	Pérez Ferrer Gabriel	10				1	1			1			1		
2	Romero García Alesi	10				1	1			1			1		
3	Salamanca Ortiz David Yael	10				1	1			1			1		
4	Alvarado García Abel	7		1					1	1			1		
5	Banda de la Torre Oliver Jesús	7		1			1					1	1		
6	Castro gallegos Gabriel	7		1				1	1				1		
7	Ferrer Cuenca Elany Patricia	7		1			1					1	1		
8	González Herrera Rebecca	7		1				1	1				1		
9	Meza Morales Alain Tenoch	6		1			1		1	1					1
10	Hernández Salazar Ana Kareem	4	1						1			1	1		
11	Basilio Alejandro Yamil	3	1				1					1			1
12	Delfín López Luis Ernesto	3	1					1	1						1
13	Medina Muñoz Carlos Alexander	3	1					1	1						1
14	Torres López Agustín	3	1				1					1			1
	Total		5	6	0	3	8	0	6	9	0	5	9	0	5



A partir de las variables calificación y niveles de desempeño de la Tabla 11, se clasifican y agrupan los resultados en la Tabla 12. En ésta se observan diferencias en las columnas de frecuencia absoluta y frecuencia relativa porcentual, dichas columnas son sumamente importantes porque servirán para construir gráficas de barra y pastel, respectivamente.

Tabla 12. *Resultados de la evaluación de seguimiento.*

En la siguiente tabla se agrupan los resultados de la prueba final por niveles de desempeño académico.

Fuente: Evaluación final de seguimiento con reactivos de matemáticas de nivel de secundaria de respuesta abierta.

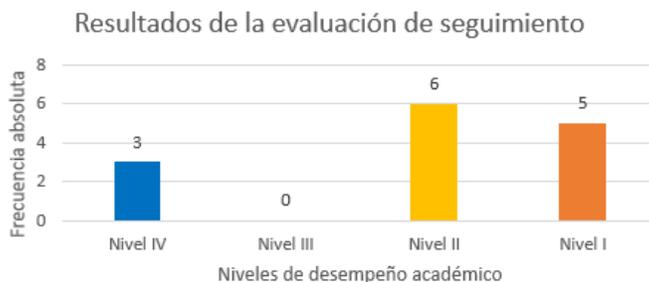
Nivel	Calificación	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia relativa porcentual (%)	Frecuencia relativa porcentual acumulada (%)
IV	10	3	3	0.214	0.214	21.429	21.429
III	9 y 8	0	3	0	0.214	0	21.429
II	7 y 6	6	9	0.429	0.643	42.857	64.286
I	5	5	14	0.357	1	35.714	100

Podemos observar que 5 estudiantes están en el Nivel I de desempeño académico, correspondiente al 37.714% del total de alumnos.

En el Nivel II de desempeño académico se encuentran 6 estudiantes, que son el 42.857% del total.

Por otro lado, 3 estudiantes se encuentran en el Nivel IV de desempeño académico, que son el 21.429% de la población de primer grado.

A partir de la Tabla 12 se construye la Gráfica 8. En el eje x se muestran los niveles de desempeño académico, y en el eje de las y se representa la frecuencia absoluta.

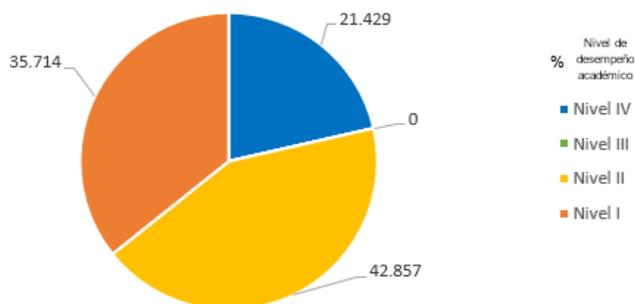


Gráfica 8. Resultados de la evaluación de seguimiento expresado por niveles de desempeño.

Fuente: Evaluación final de seguimiento.

La mayoría de los estudiantes se encuentran en el Nivel II y IV de desempeño académico, tienen un dominio básico y sobresaliente, pero 5 estudiantes continúan en el Nivel I de desempeño académico (Tabla 1). Esta situación se aprecia mejor en la Gráfica 9.

Resultados de la evaluación de seguimiento



Gráfica 9. Resultado de la prueba de seguimiento.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

La Gráfica 9 muestra los porcentajes de estudiantes en cada nivel. El 35.714% está en



el Nivel I, el 42.857% en el Nivel II y el 21.429% en el Nivel IV.

Se utilizaron las calificaciones obtenidas en la prueba final (Tabla 11), después se calcularon las medidas de tendencia central, como la media aritmética, la mediana y la moda (Tabla 13). Dichas medidas se calcularon con la finalidad de sintetizar las calificaciones obtenidas en la prueba final en un único valor que representara el desempeño académico del grupo como un todo, para luego realizar una comparación con los resultados obtenidos en el examen inicial.

Tabla 13.

Medidas de tendencia central de las calificaciones obtenidas en la prueba final.

En la tabla se muestran las medias de tendencia central más importantes que se obtuvieron a partir de la calificación numérica que obtuvo cada estudiante en la evaluación de seguimiento.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Medidas de tendencia central	Resultados
Media aritmética	6.214
Mediana	7
Moda	7

La media aritmética de las calificaciones obtenidas en la prueba final es de 6.214, la mediana es de 7 y la moda también de 7. Los resultados expuestos en la Tabla 13 demuestran un nivel básico de desempeño académico de los estudiantes al resolver la evaluación final.

Por otro lado, con el objetivo de apreciar la recurrencia de errores y aciertos en la prueba final, se retoman las variables respuesta correcta, respuesta parcial y respuesta incorrecta de cada problema planteado (Tabla 11). En las tablas 14, 15 y 16 se ordenan los resultados del tipo de respuesta según el número del problema. Los problemas de la evaluación final tienen un valor numérico de 3, 3 y 4 puntos respectivamente, analizándose por orden de aparición en la prueba final.

Tabla 14. *Tipo de respuesta en el problema 1 de la evaluación final de seguimiento.*

Los resultados por cada problema de la prueba final se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.



Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	8
Parcial	0
Incorrecta	6
Total	14

Tabla 15. *Tipo de respuesta en el problema 2 de la evaluación final de seguimiento.*

Los resultados por cada problema de la prueba final se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	9
Parcial	0
Incorrecta	5
Total	14

Tabla 16. *Tipo de respuesta en el problema 3 de la evaluación final de seguimiento.*

Los resultados por cada problema de la prueba final se expresan en tres tipos de respuestas importantes: correcta, parcial e incorrecta.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Tipo de respuesta	Frecuencia
Correcta	9
Parcial	0
Incorrecta	5
Total	14

Con las tablas anteriores (tablas 14, 15 y 16) se construyeron las gráficas 10, 11 y 12. En ellas el eje de las x representa los tipos de respuesta, y en el eje de las y está señalada la frecuencia.



Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 1 de la evaluación de seguimiento



Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 2 de la evaluación de seguimiento



Tipo de respuestas dadas por el estudiante en el problema 3 de la evaluación de seguimiento



Gráfica 10-12. Tipología de respuestas por reactivo de matemáticas de nivel de secundaria en la evaluación de seguimiento.

Fuente: Evaluación final de seguimiento aplicado a alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

El problema 1, lo respondieron 8 estudiantes de manera correcta y 6 estudiantes lo hicieron de forma incorrecta (Gráfica 10).

En el problema 2, 9 estudiantes respondieron correctamente y 5 lo hicieron de manera incorrecta (Gráfica 11).

Por último, en el problema 3, 9 alumnos lograron la respuesta correcta y 5 tuvieron una



respuesta incorrecta (Gráfica 12).

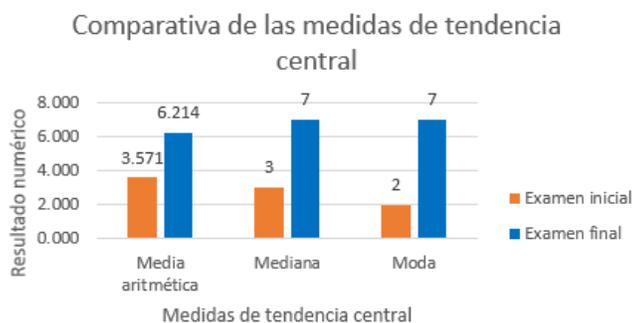
Claramente apreciamos una leve inclinación de frecuencia en las respuestas correctas, con un grupo menor de estudiantes respondiendo incorrectamente. Se puede concluir que el grupo está polarizado, en el sentido de existir dos grupos que difieren en el nivel de desempeño académico, uno con un dominio básico a sobresaliente, y otro con un dominio insuficiente (Tabla 1).

Si observamos la Gráfica 8, la Tabla 13 y las gráficas de la 10 a la 11, se puede observar cómo el resultado de la evaluación final aplicado a los estudiantes de primero de secundaria sitúa a 64.289% del grupo en el Nivel II y IV de desempeño académico, es decir, presentan un dominio básico a sobresaliente.

Por otro lado, hay un 35.714% de estudiantes que permanece en el Nivel I de desempeño académico, con un dominio insuficiente.

C. Comparativa de los resultados de la evaluación inicial y final.

Con la finalidad de contrastar el desempeño académico de los estudiantes en la evaluación inicial y final, correspondientes a los instrumentos de recogida de datos diseñados para el proyecto terminal, se realizó un análisis estadístico descriptivo para datos agrupados. El primer eje de comparación, son las medidas de tendencia central de la prueba inicial (Tabla 5) y la prueba final (Tabla 13). Para ello se construye la Gráfica 13. En el eje de las x tenemos a las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) y en el eje de las y están los resultados numéricos.

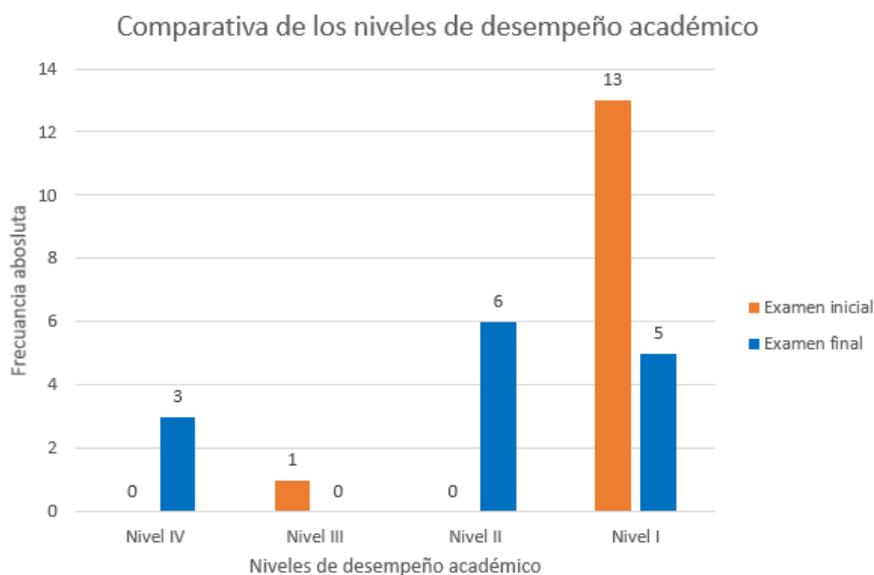


Gráfica 13. Comparación de las medidas de tendencia central a partir de la calificación numérica de la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento. Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.



Retomando el eje de comparación de las medidas de tendencia central, se observa una mejora considerable entre la evaluación inicial y la evaluación final, esto se traduce en una mejora insuficiente.

El segundo eje de comparación, son los niveles de desempeño académico logrado por los alumnos tanto en la evaluación inicial (Gráfica 1), como en la evaluación final (Gráfica 8). Para tal motivo se presenta la Tabla 14, en ella el eje de las x representan los niveles de desempeño y en el eje de las y, tenemos a la frecuencia absoluta.



Gráfica 14. Comparación de los niveles de desempeño académico logrados por los estudiantes en la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento.
Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

A partir del eje de análisis de los niveles de desempeño académico, se puede observar en la Gráfica 14 que existió movimiento de alumnos de los Niveles I al Nivel II y IV. En este sentido, para lograr un análisis más completo de los datos, se agrupó el resultado de los estudiantes en cuanto al nivel de desempeño académico mostrado. En la Tabla 17 se observa esta situación.



Tabla 17. *Resultados de la movilidad en los niveles de desempeño académico de los estudiantes.*

En la tabla se observa el movimiento de los niveles de desempeño académico de los estudiantes según el resultado de la evaluación inicial de diagnóstico y el resultado de la evaluación final de seguimiento.

Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

N	Nombre	Nivel de desempeño en el examen inicial	Nivel de desempeño en el examen final	Movilidad en los niveles		
				Avanzó	Permaneció	Retrocedió
1	Alvarado García Abel	Nivel III	Nivel II			1
2	Banda de la Torre Oliver Jesús	Nivel I	Nivel II	1		
3	Basilio Alejandro Yamil	Nivel I	Nivel I		1	
4	Castro Gallegos Gabriel	Nivel I	Nivel II	1		
5	Delfín López Luis Ernesto	Nivel I	Nivel I		1	
6	Ferrer Cuenca Elany Patricia	Nivel I	Nivel II	1		
7	González Herrera Rebecca	Nivel I	Nivel II	1		
8	Hernández Salazar Ana Karem	Nivel I	Nivel I			1
9	Medina Muñoz Carlos Alexander	Nivel I	Nivel I			1
10	Meza Morales Alain Tenoch	Nivel I	Nivel II	1		
11	Pérez Ferrer Gabriel	Nivel I	Nivel IV	1		
12	Romero García Alesi	Nivel I	Nivel IV	1		
13	Salamanca Ortiz David Yael	Nivel I	Nivel IV	1		
14	Torres López Agustín	Nivel I	Nivel I			1
Total				8	5	1

A partir de la tabla anterior se realizó la Tabla 18, en la cual se resume la frecuencia de la movilidad en los niveles de desempeño académico, es decir, los estudiantes que lograron avanzar de un nivel a otro, los que permanecieron en el nivel y los que retrocedieron de nivel.

Tabla 18. *Movilidad en los niveles de desempeño académico de los estudiantes.*

Se observa la movilidad en los niveles de desempeño de los estudiantes con respecto de la evaluación inicial de diagnóstico y la evaluación final de seguimiento. Los niveles son relacionados con la evolución, estancamiento o retroceso de un nivel a otro a partir de los resultados contrastantes de los exámenes aplicados.

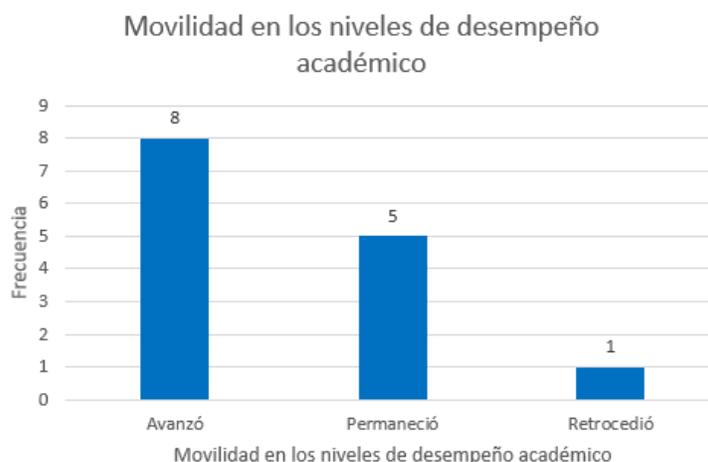
Fuente: Evaluación inicial de diagnóstico y evaluación final de seguimiento aplicado a



alumnos de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Movilidad en los niveles	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje (%)
Avanzó	8	0.571	57.143
Permaneció	5	0.357	35.714
Retrocedió	1	0.071	7.143
Total	14	1	100

Las variables para graficar de la Tabla 18 son la frecuencia y el porcentaje, debido a que son datos útiles para graficar y comparar resultados de una población (grupo de primer grado de secundaria). De la frecuencia de movilidad en los niveles se crea la Gráfica 15. En ella el eje de las x es la movilidad en los niveles de desempeño académico de los estudiantes, y el eje de las y es la frecuencia.



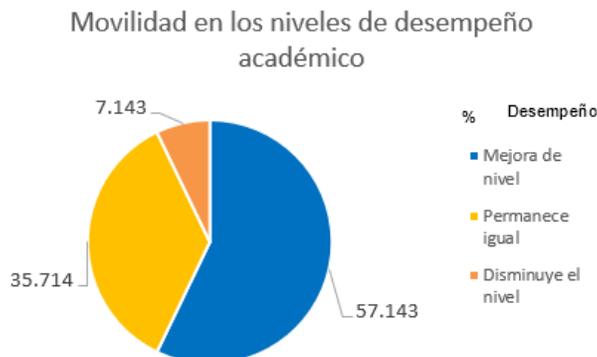
Gráfica 15. Movilidad en los niveles de desempeño académico.

Fuente: Análisis de la evaluación diagnóstica, participación en clase, evaluación final y observación en el aula de primer grado de secundaria del Colegio Regional México Americano.

A partir del análisis de la Gráfica 15, se observa que 8 alumnos avanzaron de nivel de desempeño académico, 5 permanecieron en el mismo nivel y 1 estudiante retrocedió de nivel.



De manera porcentual esta situación es expresada en la Gráfica 16.



Gráfica 16. Movilidad en los niveles de desempeño académico expresado en porcentaje.

Fuente: Análisis de la evaluación diagnóstica, participación en clase, evaluación final y observación en el aula de primero grado de secundaria del Colegio Regional México Americano.

El 57.143% del grupo de primero de secundaria avanzó a un mejor nivel de desempeño académico, el 35.714% permaneció en el nivel insuficiente de desempeño académico y el 7.143% retrocedió un nivel de desempeño académico.

Es decir, hubo una mejoría en cuestión a los niveles de desempeño académico de los estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano, considerando que existió un avance con tendencia a mejorar.

D. Resultados de la entrevista.

Tabla 19. Matriz de la entrevista aplicada a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

En la siguiente matriz de entrevista se recopilan las respuestas que los estudiantes de primero de secundaria dieron después de realizar el examen inicial. Los elementos cualitativos que contiene brindan puntos de análisis complementarios a los datos



cuantitativos.

Fuente: Entrevista cerrada aplicada a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Fuente: Entrevista cerrada aplicada a estudiantes de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano.

Número de entrevista	Nombres	Momentos	Inicio	Desarrollo			Cierre	
		Preguntas	Pregunta 1. ¿Cómo te pareció el examen? ¿Por qué? Pregunta 2. ¿Qué problema se te dificultó? ¿Por qué?	Pregunta 3. ¿Cómo describirías tu desempeño en la asignatura de Matemáticas? ¿A qué se debe?	Pregunta 1. ¿Cómo utilizas a las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana?	Pregunta 2. ¿Qué necesitas hacer para mejorar en Matemáticas?	Pregunta 1. ¿Crees que todos pueden aprender Matemáticas? ¿Por qué?	Pregunta 2. ¿Qué necesitarías para aprender matemáticas?
		Categorías						
1	Alvarado García Abel	Fácil. Sabía todo.	Problema 4.	Hay cosas que se me dificultan.	Al comprar en la tienda.	Estudiar.	Sí.	Tener más material para trabajar.
2	Banda de la Torre Oliver Jesús	Algo difícil. Respondí casi a todo.	Problema 4.	Alumno regular. No estudio mucho.	Al comprar en la tienda.	Estudiar.	Sí.	El maestro debe explicar bien el tema.
3	Basilio Alejandro Yamil	Muy normal. Cosas que ya había visto.	Problema 5.	No soy tan bueno. Se me dificulta.	Al comprar.	Estudiar y repasar.	Sí. Todos tienen la misma habilidad.	Leer libros sobre el tema.
4	Castro Gallegos Gabriel	Fácil. La mayoría de las preguntas eran de sexto.	Problema 4.	No soy tan malo. Se lo principal.	Ayudar a mi mamá con el negocio familiar.	Practicar.	Sí. Ponemos metas y cumplirlas.	Los maestros deben apoyarnos.
5	Deffin López Luis Ernesto	Algo difícil. No estudie.	Problema 4.	Soy bueno.	Cuando voy a la tienda.	Practicar.	Sí. Tenemos la misma capacidad.	El docente debe dejar más actividades.
6	Ferrer Cuenca Elany Patricia	Un poco complicado. Preguntas interesantes.	Problema 3.	Soy buena. Trato de poner atención.	Al comprar o en el restaurante.	Practicar.	Sí. Poniendo atención.	El docente debe volver a explicar las dudas.
7	González Herrera Rebecca	Medianamente difícil.	Problema 5.	Soy regular. Se me facilitan algunas cosas.	Para contar dinero.	Practicar.	Sí. Con práctica.	Deben ayudarme y explicarme.
8	Hernández Salazar Ana Kareem	Lo sentí un poco difícil.	Problema 3.	Entiendo bien las Matemáticas.	Al pagar la cuenta en el restaurante.	Estudiar y repasar las tablas de multiplicar.	Sí.	Aprendizaje de las tablas de multiplicar.
9	Medina Muñoz Carlos Alexander	Difícil. Se me complicó.	Problema 3.	Soy bueno. Fallo en algunos problemas.	Para responder cuando me preguntan.	Estudiar y poner atención.	Sí. Porque todos lo necesitan.	Se debe explicar hasta que se entienda.
10	Meza Morales Alain Tenoch	No muy difícil. Habías cosas que sabía.	Problema 3.	Soy malo. Se me dificulta mucho.	Para todo.	Poner atención.	Sí.	Enseñar divisiones y sumas.
11	Pérez Ferrer Gabriel	Muy divertido. Tenía pocas preguntas.	Problema 4.	Más o menos. A veces las figuras se me dificultan.	Para contar las horas.	Aprenderme las fórmulas.	Sí. No es complicado.	Mostrar ejemplos.
12	Romero García Alesi	Algo fácil. No me quedó claro algunas preguntas.	Problema 5.	Tengo algunas dificultades.	En la tienda.	Repasar mucho.	Sí. Tenemos la capacidad.	Que el maestro me enseñe bien.
13	Salamanca Ortiz David Yael	Fácil. Las preguntas eran sencillas.	Problema 3.	Alumno regular. No entiendo algunos problemas.	Para comprar algo.	Poner atención y practicar.	Sí. Al poner atención.	Buenos maestros. Hacer muchos problemas.
14	Torres López Agustín	Fácil. Son cosas que había visto.	Problema 2.	Casi bueno. Casi entiendo.	Cuando voy a comprar las tortillas.	Entender el problema.	Sí. No es complicado.	Preguntar más. Tratar de entender.

E. Resultados de la guía de observación en el aula.

Tabla 20. Matriz de la guía de observación en el aula.

La matriz está organizada por fecha de observación, las categorías de análisis surgen a partir de las actividades observadas y a las necesidades del proyecto terminal.

Fuente: Guía de observación en el aula y diario de campo diseñados para observar el



proceso de enseñanza-aprendizaje de primero de secundaria del Colegio Regional México Americano durante la implementación del Proyecto terminal.

Fecha de observación	26-agosto-19	27-agosto-19	28-agosto-19	29-agosto-19	30-agosto-19	31-agosto-19
Tiempo	Hora de inicio: 7:00 hrs. Hora de término: 9:00 hrs.	Hora de inicio: 7:00 hrs. Hora de término: 9:00 hrs.	Hora de inicio: 7:00 hrs. Hora de término: 9:00 hrs.	Hora de inicio: 7:00 hrs. Hora de término: 9:00 hrs.	Hora de inicio: 7:00 hrs. Hora de término: 9:00 hrs.	Hora de inicio: 9:00 hrs. Hora de término: 13:00 hrs.
Categorías	Número de alumnos observados: 14 estudiantes pertenecientes al primero de secundaria					
Tipo de organización para las actividades	Trabajo individual para realizar el examen inicial y al entregar el material didáctico manipulable.	En la actividad del lenguaje común a lenguaje algebraico con el material didáctico manipulable se trabajó de manera individual. El juego del memorama algebraico se jugó por equipos.	Se trabajó de manera individual durante toda la sesión.	La organización de las actividades fue individual, ya que tenían que inventar problemas.	Trabajaron individualmente para resolver el examen final.	Se trabajó en las modalidades individual y por equipos.
Interacción durante el proceso de enseñanza/aprendizaje	No existió mucha interacción. Al momento de explicar el material existieron diálogos entre alumnos y docente.	Al inicio se interactuó con el docente al conversar sobre la ley de signos y operaciones contrarias. Después, los alumnos interactuaron con sus compañeros al buscar pares en el memorama.	Al iniciar los alumnos trabajaron como grupo para representar la ecuación del problema ejemplo. Posteriormente y de forma individual resolvieron dos problemas.	Existió interacción porque los alumnos trataban de inventar el problema pensando en que sus compañeros lo resolverían.	No existió mucha interacción.	Interactuaron en todas las actividades, los juegos de la lotería algebraica y memorama algebraico fueron en los que más se involucraron.
Manipulación del material didáctico	No existió manipulación del material didáctico, únicamente fue observado.	Se manipuló el material didáctico al tratar de representar algunas expresiones del lenguaje algebraico.	Al resolver el ejemplo de manera individual se utilizó el material didáctico manipulable. Se usaron operaciones básicas para tratar de resolver los problemas.	Para esta actividad no se manipuló el material didáctico.	No se manipuló el material didáctico.	Se manejó el material didáctico con mayor libertad para resolver los problemas planteados, los alumnos recostados en el suelo trataban de resolver los problemas.
Representación formal del lenguaje algebraico	No hubo representación formal del lenguaje algebraico.	Se representó por ejemplo "2x", otros alumnos representaron la expresión algebraica como "2*x".	En el problema de ejemplo: "La suma de cuatro números consecutivos es 222, ¿cuáles son esos números? Se discutió sobre el significado de la palabra "consecutivo", y se expresó el primer número como "x" o bolita, los alumnos determinaron que su consecutivo era "x+1", luego "x+2" y "x+3".	Un estudiante inventó un problema donde daba el área de un triángulo y su altura para luego calcular la base. Otro problema interesante fue el que propuso un alumno donde daba el área de un cuadrado y tenían que calcular la medida del lado del cuadrado. Se usaron ecuaciones para resolver los problemas. Los problemas de la sesión pasada se concluyeron con las ecuaciones "x+x+4=20", "8*x=40", "3x-16=20", "6x+15=27" y "2x+6+3=36". Para el problema del cuadrado dado el área y calcular su lado, el alumno entendió que tenía que dejar el exponente al cuadrado para dejar sola la incógnita.	No hubo representación.	Si se representó formalmente varias situaciones algebraicas, por ejemplo la ecuación "2x+3x=6". La representación del problema de calcular el lado de un cuadrado dado su perímetro fue representado con el material y con lenguaje algebraico, fue el que se les facilitó a los alumnos.
Planteamiento de ecuaciones de primer grado	No se plantearon ecuaciones de primer grado.	Los estudiantes no plantearon ecuaciones de primer grado para resolver problemas.	Se expresó la ecuación del ejemplo de manera grupal como: "x+x+1+x+2+x+3=222" y después se redujo a "4x+6=222".	Los alumnos inventaron varios tipos de problemas del tipo uso de lenguaje común para trasladar a lenguaje algebraico, es decir los que se vieron como ejemplo, problemas acerca de áreas o perímetros con datos faltantes.	No se plantearon ecuaciones de primer grado.	Para el problema del cuadrado dado su perímetro, algunos estudiantes lo plantearon como "6x=24", otros los representaron como "x*x+x*x=24".
Inventación de problemas	No se inventaron problemas.	No se inventaron problemas.	No se inventaron problemas.	Los alumnos inventaron varios tipos de problemas del tipo uso de lenguaje común para trasladar a lenguaje algebraico, es decir los que se vieron como ejemplo, problemas acerca de áreas o perímetros con datos faltantes.	No se inventaron problemas.	No se inventaron problemas.
Explicaciones de los estudiantes	No existió explicación por parte del alumno.	Una alumna expresó que el lenguaje algebraico sirve para representar operaciones de Álgebra, otro estudiante dijo que era para resolver problemas de ecuaciones.	No existió explicación por parte del alumno.	Algunos alumnos trataban de explicar su problema al compañero que le correspondió resolverlo. Un estudiante fue y explicó su problema al compañero, pero al final lo resolvió parcialmente.	Algunos estudiantes trataron de explicar el problema 3 del examen final, pero no lo lograron.	En el ejercicio de la jerarquía de operaciones en Álgebra las ideas que emborronaron los alumnos fue que si los paréntesis y corchetes se usaban para multiplicar.



Argumentos de los estudiantes	No se emitieron argumentos por parte de los estudiantes.	No se emitieron argumentos por parte de los estudiantes.	Se argumentaron solo algunas soluciones de problemas, pero usando operaciones básicas.	No argumentaron los problemas a la clase.	No se emitieron argumentos por parte de los estudiantes.	Algunos alumnos argumentaban sus posibles soluciones al ejercicio de jerarquía de operaciones, pero todos tenían problemas en ubicar los paréntesis y los corchetes.
Preguntas de los alumnos	Preguntas sobre la palabra incógnita en el contexto del Álgebra.	¿Por qué a veces se pone el "*" para representar la multiplicación y a veces no?	¿Cómo emplear el lenguaje algebraico para representar los problemas?	Las preguntas fueron acerca de que los problemas que se debían inventar, en su solución se usaban ecuaciones.	Las preguntas más comunes fueron acerca de definiciones de palabras que aparecían en los problemas del examen final.	¿Cómo acomodar los paréntesis en el problema de jerarquía de operaciones? En la representación de los resultados de los problemas planteados usando el material didáctico manipulable a algunos estudiantes se les facilitó la manipulación, a una minoría no le sirvió porque ya podían plantear ecuaciones directamente, es decir, no pasaban por la representación del material didáctico.
Ideas de los estudiantes	La incógnita se representa con una "x". Las operaciones contrarias suma-resta, multiplicación-división y radicación-potenciación.	Al jugar el memorama algebraico (de lenguaje común a lenguaje algebraico), los alumnos tenían la idea errónea de que " $(x+y)^2$ " y " x^2+y^2 " representaban lo mismo. También confundieron "2x" con " x^2 ".	Las ideas giraron en torno a la solución de los problemas planteados a partir de operaciones básicas, o por el método del tanteo.	Las ideas fueron usar los problemas que se trabajaron en las sesiones anteriores cambiando los datos, otros estudiantes fueron más creativos y usaron fórmulas para calcular el área o perímetro de algunas figuras geométricas para plantear problemas con datos faltantes.	Al resolver los problemas, algunos dibujaban los pedales o las ruedas de las bicicletas.	Las dudas surgieron en la actividad de jerarquía de operaciones. Primero al colocar los símbolos de las operaciones y después los paréntesis.
Dudas del proceso de enseñanza/aprendizaje	El examen contará para calificación.	Las dudas surgieron a partir del significado de las palabras: cociente, potencia, mitad y producto. Lo que se traduce en operaciones.	Entender el problema desde la perspectiva del uso de una ecuación de primer grado para resolverlo.	Las dudas fueron de cómo plantear las ecuaciones para resolver el problema.	Se tenía dudas sobre los problemas, pero como se trataba de un examen solo se explicó lo mínimo.	Existió mucho interés de los estudiantes hacían las actividades planteadas, la modalidad de retos y estrategias lúdicas incrementó el interés.
Interés de los alumnos	Existió muy poco interés para resolver el examen.	Hubo mucho interés al trabajar en equipos durante el juego del memorama algebraico.	La mayoría intentaba resolver los problemas con el uso de operaciones básicas, un grupo pequeño no tenía interés.	Si existió interés porque se trataba de inventar un problema que luego resolverían sus compañeros.	Existió algo de interés al resolver el examen.	
Motivación de los estudiantes	Algunos estaban motivados con el material didáctico, pero la mayoría estaba muy poco motivada.	Se motivaron al escuchar las ideas de los compañeros de equipo en el juego del memorama, también al tratar de formar las parejas lo más rápido posible.	Al iniciar en la resolución de problema los alumnos tenían motivación, pero después se perdió al pedir que usaran las ecuaciones de primer grado.	Se motivaron debido a que trataban de hacer lo más difícil posible los problemas para que fuera un reto para todos.	Se mostraban motivados en resolver los problemas del examen final.	Los alumnos siempre se mostraron motivados, muy a pesar de la sesión tan larga que se realizó.

F. Conclusiones

Los resultados de la estadística descriptiva aplicada después de la implementación del proyecto "Una propuesta didáctica en matemáticas: construcción de materiales didácticos innovadores", muestran que el nivel de desempeño académico de los estudiantes del primer grado de secundaria del Colegio Regional México Americano mejoró.

La media aritmética obtenida de las calificaciones en la evaluación inicial y final, en este caso 3.692 la evaluación inicial y 6.214 de la evaluación final, se puede observar una leve mejoría.

Los niveles de movilidad de los estudiantes en los niveles de desempeño académico demostraron que el 57.143% de los alumnos avanzaron de un nivel insuficiente a niveles de desempeño académico básico y sobresaliente con relación a la evaluación de diagnóstico y la evaluación de seguimiento.



Por otro lado, retomando la matriz de la guía de observación (Tabla 20), se puede analizar en el apartado de “Representación formal del lenguaje algebraico” y “Planteamiento de ecuaciones de primer grado”, que los estudiantes crearon nociones fuertes para trabajar con ecuaciones de primer grado en los contextos de los problemas planteados durante el desarrollo de la implementación del proyecto. Lograron representar algebraicamente problemas de Geometría en donde se daba el perímetro de un cuadrado y la incógnita era el lado de este, además de resolverlo. Lograron avanzar en el desarrollo de la habilidad propias de la resolución de problemas.

Así mismo, el transitar del lenguaje común al lenguaje algebraico a partir de situaciones lúdicas lograron despertar el interés y motivación de los estudiantes por resolver problemas, se puede observar en la categoría “Interés de los estudiantes” y “Motivación de los estudiantes” de la Tabla 20, como el interés y la motivación por las actividades fueron creciendo.

En la matriz de la entrevista (Tabla 19), los estudiantes contestaron que todos pueden aprender matemáticas, pero que se debe estudiar. De igual manera, se debe recibir el apoyo por parte del docente, dando ejemplos claros, explicando, es decir, siguiendo el ritmo de aprendizaje de los alumnos. Las ideas vertidas en la entrevista, en la guía de observación y en los resultados de los exámenes aplicados sugieren que el proyecto planteado puede mejorar en los siguientes aspectos:

- Brindar más tiempo en las actividades complejas del proyecto, permitiendo la emisión de juicios, ideas o argumentos por parte de los estudiantes.
- Variar los materiales didácticos propuestos, en este caso se usaron el material manipulable para representar situaciones algebraicas, el memorama de lenguaje algebraico y la lotería del lenguaje algebraico.
- Delimitar claramente los temas a trabajar, para que el proceso de implementación permita recabar información que sea concluyente, reforzando la hipótesis del proyecto educativo.
- Procurar que el centro del proceso educativo sea el estudiante.
- Implementar el proyecto terminal por periodos de tiempo más extenso.
- Plantear problemas matemáticos a los estudiantes en donde tengan que manipular objetos, usando la medición para resolverlos.

En cuanto a las áreas de oportunidad detectadas, surgieron temáticas importantes a trabajar con profundidad, como por ejemplo:

- Cálculo mental usando las operaciones básicas de las matemáticas.
- Trabajo con recursos didáctico-digitales.
- Trabajo exclusivamente con las habilidades matemáticas de la Geometría.



Anexo 13.
Análisis estadístico descriptivo.

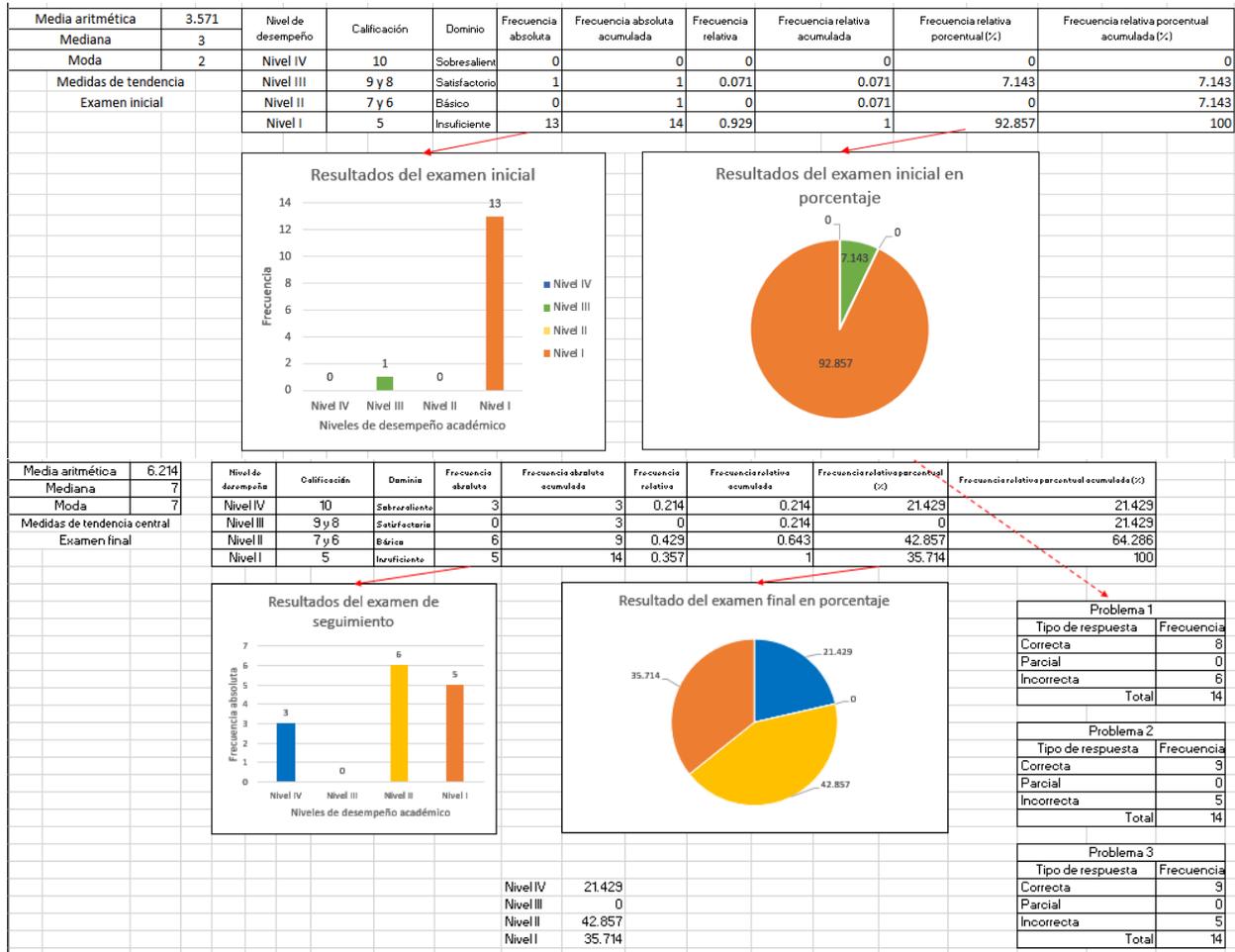


Figura 1. Hoja de Excel con el análisis estadístico descriptivo aplicado al examen inicial y al examen final.

Fuente: https://unadmex-my.sharepoint.com/:x/g/personal/santiagotoljim_nube_unadmexico_mx/EY5v4CmlmtJliWGsetX5c3EB-Z6wNTexz1Y_VrTU6Dx9gg?e=fhkqwu